

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Чувашский государственный университет имени И.Н. Ульянова»

Факультет информатики и вычислительной техники

Кафедра высшей математики и теоретической механики им. С.Ф. Сайкина

«УТВЕРЖДАЮ»
Проректор по учебной работе

И.Е. Поверинов

«31» августа 2017 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ»

Направление подготовки (специальность) 09.03.04 «Программная инженерия»
Квалификация (степень) выпускника Бакалавр
Профиль (направленность) *Управление разработкой программных проектов*
Прикладной бакалавриат

Чебоксары - 2017

Рабочая программа основана на требованиях Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 09.03.04 «Программная инженерия», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации № 229 от 12.03.2015 г.

СОСТАВИТЕЛЬ (СОСТАВИТЕЛИ):

кандидат физико-математических наук, доцент И.Ильина И.И. Ильина

ОБСУЖДЕНО:

на заседании кафедры высшей математики и теоретической механики им. С.Ф. Сайкина «30» августа 2017 г., протокол № 1.

заведующий кафедрой _____ А.С. Сабиров А.С. Сабиров

СОГЛАСОВАНО:

Методическая комиссия факультета информатики и вычислительной техники «30» августа 2017 г., протокол № 1.

Декан факультета _____ А.В. Щипцова А.В. Щипцова

Директор научной библиотеки _____ Н.Д. Никитина Н. Д. Никитина

Начальник управления информатизации _____ И.П. Пивоваров И. П. Пивоваров

Начальник учебно-методического управления _____ В.И. Маколов В. И. Маколов

Оглавление

1. Цель и задачи обучения по дисциплине	Ошибка! Закладка не определена.
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы (ООП)	Ошибка! Закладка не определена.
3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения ООП.....	Ошибка! Закладка не определена.
4. Структура и содержание дисциплины.....	Ошибка! Закладка не определена.
4.1. Содержание дисциплины	5
4.2. Объем дисциплины, виды учебной работы обучающихся по очной форме обучения.....	Ошибка! Закладка не определена.
5. Содержание разделов дисциплины	7
5.1. Темы лекционных и практических занятий и краткое их содержание.....	Ошибка! Закладка не определена.
5.2. Вопросы для самостоятельной работы студента в соответствии с содержанием разделов дисциплины.....	10
6. Образовательные технологии	Ошибка! Закладка не определена.
7. Формы аттестации и оценочные материалы	12
7.1. Вопросы и задачи к зачету	12
7.2. Вопросы и задачи к экзамену	12
7.3. Выполнение и примерная тематика курсовых работ.....	Ошибка! Закладка не определена. 4
7.4. Выполнение и примерная тематика курсовых проектов.....	14
7.5. Выполнение и примерные задания расчетно-графической работы.....	Ошибка! Закладка не определена. 4
7.6. Выполнение и примерная тематика контрольной работы	Ошибка! Закладка не определена. 5
8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	14 5
8.1. Рекомендуемая основная литература.....	15
8.2. Рекомендуемая дополнительная литература.....	Ошибка! Закладка не определена. 5
8.3. Программное обеспечение, профессиональные базы данных, информационно-справочные системы.	Ошибка! Закладка не определена. 6
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины	Ошибка! Закладка не определена. 7
10. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям лиц с ограниченными возможностями.....	Ошибка! Закладка не определена.
11. Методические рекомендации по освоению дисциплины	Ошибка! Закладка не определена. 7
11.1 Значение самостоятельной работы обучающихся.....	17
11.2 Общие рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся.....	18
11.3 Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям.....	19
11.4 Методические рекомендации по подготовке к лабораторным занятиям.....	20
11.5 Методические рекомендации по самостоятельному изучению учебных вопросов.....	20
11.6 Методические рекомендации по выполнению расчетно-графической работы.....	20
11.7 Методические рекомендации по подготовке к зачету.....	25
11.8 Методические рекомендации по подготовке к экзамену.....	25
11.9 Методические рекомендации по оформлению курсовой работы.....	26
12. Методические рекомендации преподавателю по проведению занятий.....	26
12.1. Общие положения.....	26
12.2. Методические рекомендации по проведению практических занятий. Методические указания для преподавателя по проведению практических и лабораторных работ.....	Ошибка! Закладка не определена. 9

1. Цель и задачи освоения учебной дисциплины

Цель дисциплины – изучение студентами курса аналитической геометрии и основ линейной алгебры – разделов математики, в которых геометрические объекты исследуются при помощи математических уравнений. Умение решать системы линейных уравнений, владение матричной алгеброй, теорией линейных операторов, знание векторной алгебры, преобразований координат является совершенно необходимым условием подготовки современного бакалавра для применения им этих знаний, умений и навыков к проектированию, конструированию и тестированию программных продуктов.

Задачи дисциплины:

- формирование навыков современного математического мышления;
- привитие навыков использования математических методов и основ математического моделирования в профессиональной деятельности.

2. Место учебной дисциплины в структуре основной образовательной программы (ООП)

Дисциплина «Алгебра и геометрия» относится к базовой части Блока 1. Дисциплины (модули).

Изучение дисциплины «Алгебра и геометрия» базируется на знаниях, умениях и навыках, полученных в рамках математики на предыдущем уровне образования.

Дисциплины и практики учебного плана, которые предстоит изучить обучающимся и для которых при обучении по данной дисциплине формируются входные знания и умения: Математический анализ, Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы, Дискретная математика, Программирование инженерных задач.

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения ООП

Процесс обучения по дисциплине направлен на формирование следующих компетенций:

общепрофессиональных (ОПК):

- готовностью применять основы информатики и программирования к проектированию, конструированию и тестированию программных продуктов (ОПК-3).

В результате обучения по дисциплине, обучающийся должен (ЗУН):

знать:

- З1- основные положения, законы и методы алгебры и геометрии,
- З2- основные приемы и методы алгебры и геометрии, применяемые для решения задач профессиональной деятельности;

уметь:

- У1- применять основные положения, законы и методы алгебры и геометрии,
- У2- выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения соответствующие приемы и методы алгебры и геометрии;

владеть навыками:

- Н1- базовыми знаниями, основными подходами и методами алгебры и геометрии,
- Н2- приемами и методами алгебры и геометрии для решения задач профессиональной деятельности.

4. Структура и содержание учебной дисциплины

Образовательная деятельность по дисциплине проводится:

– в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками организации и (или) лицами, привлекаемыми организацией к реализации образовательных программ на иных условиях (далее – контактная работа);

– в форме самостоятельной работы.

Контактная работа включает в себя занятия лекционного типа, занятия семинарского типа (семинары, практические занятия, лабораторные работы, практикумы), групповые и (или) индивидуальные консультации, в том числе в электронной информационно-образовательной среде.

Обозначения:

Л – лекции, л/р – лабораторные работы, п/р – практические занятия, КСР – контроль самостоятельной работы, СРС – самостоятельная работа студента, ИФР – интерактивная форма работы, К – контроль.

4.1. Содержание дисциплины

Содержание	Формируемые компетенции	Формируемые ЗУН
Раздел 1. Комплексные числа.	ОПК-3	знать: – З1- основные положения, законы и методы алгебры и геометрии, уметь: – У1-применять основные положения, законы и методы алгебры и геометрии, владеть навыками: – Н1- базовыми знаниями, основными подходами и методами алгебры и геометрии.
1.1. Комплексные числа и действия над ними.		
Раздел 2. Линейная алгебра.	ОПК-3	знать: – З1- основные положения, законы и методы алгебры и геометрии, уметь: – У1-применять основные положения, законы и методы алгебры и геометрии, владеть навыками: – Н1- базовыми знаниями, основными подходами и методами алгебры и геометрии.
2.1. Определители и их свойства.		
2.2. Матрицы и действия над ними.		
2.3. Системы линейных уравнений.		
Раздел 3. Векторная алгебра.	ОПК-3	знать: – З1- основные положения, законы и методы алгебры и геометрии, уметь: – У1-применять основные положения, законы и методы алгебры и геометрии, владеть навыками: – Н1- базовыми знаниями, основными подходами и методами алгебры и геометрии.
3.1. Векторы.		
3.2. Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов и их свойства.		
Раздел 4. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве.	ОПК-3	знать: – З2- основные приемы и методы алгебры и геометрии, применяемые для решения задач профессиональной деятельности, уметь:
4.1. Различные системы координат на плоскости и в пространстве.		

4.2. Прямая на плоскости.		<ul style="list-style-type: none"> – У2- выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения соответствующие приемы и методы алгебры и геометрии, <p>владеть навыками:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Н2- приемами и методами алгебры и геометрии для решения задач профессиональной деятельности.
4.3. Линии второго порядка на плоскости.		
4.4. Прямая и плоскость в пространстве.		
4.5. Поверхности второго порядка.		
Раздел 5. Линейная алгебра.	ОПК-3	<p>знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> – З2- основные приемы и методы алгебры и геометрии, применяемые для решения задач профессиональной деятельности, <p>уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> – У1-применять основные положения, законы и методы алгебры и геометрии, <p>владеть навыками:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Н1- базовыми знаниями, основными подходами и методами алгебры и геометрии, – Н2- приемами и методами алгебры и геометрии для решения задач профессиональной деятельности.
5.1. Линейные (векторные) пространства		
5.2. Линейные операторы.		
5.3. Евклидово пространство.		
5.4. Квадратичные формы		
Экзамен	ОПК-3	<p>знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> – З1- основные положения, законы и методы алгебры и геометрии, – З2- основные приемы и методы алгебры и геометрии, применяемые для решения задач профессиональной деятельности, <p>уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> – У1-применять основные положения, законы и методы алгебры и геометрии, – У2- выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения соответствующие приемы и методы алгебры и геометрии, <p>владеть навыками:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Н1- базовыми знаниями, основными подходами и методами алгебры и геометрии, – Н2- приемами и методами алгебры и геометрии для решения задач профессиональной деятельности.

4.2. Объем дисциплины, виды учебной работы обучающихся по очной форме обучения

Содержание	Всего часов	Контактная работа, час				СРС, час	ИФР, час	К, час
		Л	п/р	л/р	КСР			
Раздел 1. Комплексные числа.								
Тема 1. Комплексные числа и действия над ними.	12	2	4	-		6	6	
Раздел 2. Линейная алгебра.								
Тема 2. Определители и их свойства.	8	2	2	-		4	4	
Тема 3. Матрицы и действия над ними.	10	2	4	-		4	6	
Тема 4. Системы линейных уравнений.	12	4	4	-		4	8	
Раздел 3. Векторная алгебра.								
Тема 5. Векторы.	8	2	2	-		4	4	
Тема 6. Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов и их свойства.	10	2	4	-		4	6	
Раздел 4. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве.								
Тема 7. Различные системы координат на плоскости и в пространстве.	10	2	4	-		4	6	
Тема 8. Прямая на плоскости.	8	2	2	-		4	4	
Тема 9. Линии второго порядка на плоскости.	8	2	2	-		4	4	
Тема 10. Прямая и плоскость в пространстве.	10	2	4	-		4	6	
Тема 11. Поверхности второго порядка.	8	2	2	-		4	4	
Раздел 5. Линейная алгебра.								
Тема 12. Линейные (векторные) пространства	11	2	2	-		7	4	
Тема 13. Линейные операторы.	10	2	4	-		4	6	
Тема 14. Евклидово пространство.	10	2	4	-		4	6	
Тема 15. Квадратичные формы	10	2	4	-		4	6	
Расчетно-графическая работа	8				2	6		
Экзамен	27			-				27
Итого	180	32	48	-	2	71	80	27
Зачетных единиц	5							

Вид промежуточной аттестации: экзамен в 1 семестре.

5. Содержание разделов дисциплины

5.1. Темы лекционных и практических занятий и краткое их содержание

Раздел 1. Комплексные числа.

Тема 1. Комплексные числа и многочлены.

Лекция 1. Комплексные числа и действия над ними. Изображение комплексных чисел на плоскости. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Формула Эйлера. Корни из комплексных чисел. Многочлены, разложение многочленов на множители, деление многочленов, теорема Безу о виде остатка.

Практическое занятие 1. Комплексные числа. Алгебраические операции над комплексными числами. Формула Муавра. Многочлены и алгебраические уравнения.

Раздел 2. Определители, матрицы. Системы линейных уравнений.

Тема 2. Определители и их свойства.

Лекция 2. Определители n -го порядка и их свойства. Разложение определителя по строке (столбцу). Сложение матриц. Умножение матрицы на число. Произведение матриц.

Практическое занятие 2. Определители второго и третьего порядков. Основные методы вычисления определителей n -го порядка.

Лекция 3. Решение систем n линейных алгебраических уравнений с n неизвестными по правилу Крамера. Матрицы. Операции над матрицами и их свойства.

Практическое занятие 3. Матрицы. Операции над матрицами. Решение систем алгебраических уравнений по правилу Крамера.

Тема 3. Матрицы и действия над ними.

Лекция 4. Обратная матрица. Решение матричных уравнений с помощью обратной матрицы. Ранг матрицы. Теорема о ранге. Вычисление ранга матрицы.

Практическое занятие 4. Обратная матрица. Способы нахождения обратной матрицы. Матричные уравнения. Ранг матрицы.

Тема 4. Системы линейных уравнений.

Лекция 5. Системы линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса. Совместность систем линейных алгебраических уравнений. Однородная и неоднородная системы. Теорема Кронекера-Капелли. Фундаментальная система решений.

Практическое занятие 5. Исследование и решение систем общего вида. Метод Гаусса. Решение однородных систем линейных уравнений.

Раздел 3. Векторная алгебра.

Тема 5. Векторы.

Лекция 6. Линейные операции над векторами. Проекция на ось. Декартовы координаты векторов и точек.

Практическое занятие 6. Сложение векторов и умножение на число. Коллинеарность и компланарность векторов. Система координат на плоскости и в пространстве. Действия над векторами в координатах.

Тема 6. Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов и их свойства.

Лекция 7. Скалярное произведение векторов, его основные свойства, выражение в координатной форме. Векторное произведение векторов, его свойства.

Практическое занятие 7. Скалярное и векторное произведения векторов, их свойства. Применение скалярного произведения.

Лекция 8. Векторное произведение векторов, выражение в координатной форме. Смешанное произведение векторов, основные свойства и геометрический смысл. Координатное выражение смешанного произведений.

Практическое занятие 8-9. Выражение векторного произведения в координатной форме. Его применение. Смешанное произведение векторов, его свойства и применение.

Раздел 4. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве.

Тема 7. Различные системы координат на плоскости и в пространстве.

Лекция 9. Аффинная система координат. Прямоугольная система координат. Полярные координаты. Связь полярных координат с прямоугольными. Деление отрезка в заданном соотношении. Преобразование систем координат.

Практическое занятие 10-11. Прямоугольная декартова система координат. Полярные координаты. Связь полярных координат с прямоугольными. Простейшие задачи аналитической геометрии.

Тема 8. Прямая на плоскости.

Лекция 10. Различные формы уравнений прямой на плоскости. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой.

Практическое занятие 12-13. Прямая на плоскости. Уравнения прямой на плоскости.

Тема 9. Линии второго порядка на плоскости.

Лекция 11. Алгебраические кривые второго порядка. Классификация кривых второго порядка. Вывод канонических уравнений эллипса, гиперболы и параболы.

Практическое занятие 14-15. Кривые второго порядка. Окружность, эллипс, гипербола, парабола. Уравнение кривой второго порядка в полярной системе координат. Параметрические уравнения эллипса, гиперболы и параболы.

Тема 10. Прямая и плоскость в пространстве.

Лекция 12. Уравнение плоскости и прямой в пространстве. Угол между плоскостями. Угол между прямыми. Угол между прямой и плоскостью.

Практическое занятие 16-17. Плоскость в пространстве. Расстояние от точки до плоскости. Взаимное расположение плоскостей. Прямая в пространстве. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.

Тема 11. Поверхности второго порядка.

Лекция 13. Алгебраические поверхности второго порядка. Классификация поверхностей второго порядка по их каноническим уравнениям.

Практическое занятие 18-19. Поверхности второго порядка Основные понятия. Примеры исследования поверхностей.

Раздел 5. Линейная алгебра.

Тема 12. Линейные (векторные) пространства.

Лекция 14. Линейные пространства: определение и примеры. Линейная зависимость и независимость векторов, базис и координаты вектора. Размерность линейного пространства.

Практическое занятие 20. Линейные пространства. Линейная зависимость и независимость векторов, базис и координаты вектора.

Тема 13. Линейные операторы.

Лекция 15. Линейные операторы: определение и примеры. Матрица линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.

Тема 14. Евклидово пространство.

Лекция 16. Евклидово пространство, определение и примеры. Ортогональные и ортонормированные системы векторов. Неравенство Коши-Буняковского. Процесс ортогонализации Шмидта.

Практическое занятие 21-22. Линейные операторы векторного пространства. Примеры линейных операторов. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Евклидово пространство. Процесс ортогонализации Шмидта.

Тема 15. Квадратичные формы.

Практическое занятие 23-24. Матрицы квадратичных форм. Матрица квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Положительно-определенные квадратичные формы и критерий Сильвестра. Приведение уравнения поверхности 2-го порядка к каноническому виду.

5.2. Вопросы для самостоятельной работы студента в соответствии с содержанием разделов дисциплины

1. Определители II и III порядков. Их свойства.

2. Перестановки и подстановки.
3. Определители n -го порядка. Свойства.
4. Миноры и алгебраические дополнения.
5. Методы вычисления определителей n -порядка.
6. Правило Крамера.
7. Матрицы. Операции над матрицами.
8. Обратная матрица. Теорема о существовании обратной матрицы.
9. Методы вычисления обратной матрицы.
10. Ранг матрицы. Теорема об элементарных преобразованиях.
11. Понятие линейной зависимости. Теорема о ранге матрицы. Ее следствия.
12. Системы линейных неоднородных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли (с доказательством).
13. Системы линейных однородных уравнений. Теорема о существовании фундаментального решения.
14. Метод Гаусса.
15. Понятие вектора. Линейные операции над векторами. Проекция вектора. Коллинеарные и компланарные векторы.
16. Базис и координаты вектора.
17. Декартова прямоугольная система координат. Координаты точки.
18. Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в данном соотношении.
19. Скалярное произведение векторов. Условие перпендикулярности векторов.
20. Векторное произведение векторов. Условие параллельности векторов.
21. Смешанное произведение векторов. Условие компланарности векторов.
22. Прямая на плоскости. Общее уравнение прямой. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Угол между двумя прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности двух прямых.
23. Прямая на плоскости. Неполные уравнения прямой. Совместное исследование уравнений двух и трех прямых. Уравнение прямой в «отрезках».
24. Прямая на плоскости. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой.
25. Общее уравнение плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку и имеющей данный нормальный вектор. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки.
26. Взаимное расположение двух плоскостей. Угол между двумя плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.
27. Неполные уравнения плоскостей. Уравнение плоскости в «отрезках».
28. Нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости.
29. Уравнения прямой в пространстве. Прямая как пересечение двух плоскостей. Направляющий вектор прямой. Канонические и параметрические уравнения прямой. Уравнения прямой, проходящей через две точки.
30. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Расстояние от точки до прямой.
31. Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми. Расстояние между двумя параллельными прямыми.
32. Признаки перпендикулярности прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью.
33. Понятие линейного векторного пространства.
34. Аксиомы аффинного пространства. Евклидово векторное пространство.
35. Переход к новой системе координат. Матрица перехода. Формулы преобразования координат.
36. Алгебраические кривые II порядка. Классификация кривых II порядка.
37. Парабола.
38. Эллипс.
39. Гипербола.

40. Понятие полярной системы координат. Уравнение эллипса, гиперболы и параболы в полярных координатах.
41. Параметрические уравнения эллипса, гиперболы и параболы.
42. Алгебраические поверхности II порядка. Классификация поверхностей II порядка.
43. Распадающиеся поверхности.
44. Цилиндрические поверхности. Исследование цилиндрических поверхностей методом сечений.
45. Конические поверхности. Исследование конических поверхностей методом сечений.
46. Эллипсоиды. Исследование методом сечений.
47. Гиперболоиды. Исследование методом сечений.
48. Параболоиды. Исследование методом сечений.
49. Линейные пространства.
50. Линейные операторы: определение и примеры.
51. Евклидово пространство, определение и примеры.
52. Линейные операторы векторного пространства.
53. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.

6. Образовательные технологии

В соответствии со структурой образовательного процесса по дисциплине применяются следующие технологии:

- диагностики;
- целеполагания;
- управления процессом освоения учебной информации;
- применения знаний на практике, поиска новой учебной информации;
- организации совместной и самостоятельной деятельности обучающихся (учебно-познавательной, научно-исследовательской, частично-поисковой, репродуктивной, творческой и пр.).

В соответствии с требованиями ФГОС ВО для реализации компетентного подхода при обучении дисциплине предусмотрено широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных методов проведения занятий.

При обучении дисциплине применяются следующие формы занятий:

лекции, направленные на получение новых и углубление научно-теоретических знаний, в том числе вводная лекция, информационная лекция, обзорная лекция, лекция-консультация, проблемная лекция, лекции-дискуссии, лекции-беседы и др.;

практические занятия - в ходе интерактивных занятий проводится коллективное обсуждение и разбор конкретных прикладных задач и дискуссии по применению математических методов при их исследовании;

применение мультимедийных средств (электронные доски, проекторы) – для повышения качества восприятия изучаемого материала;

применение пакетов прикладных программ – для получения решений формализованных задач, т.к. математическая модель часто оказывается настолько сложной, что ручной расчет становится просто невозможным;

контролируемые домашние задания – для побуждения обучающихся к самостоятельной работе;

расчетно-графическая работа – для промежуточной аттестации и оценки степени усвоения обучающимися пройденного материала.

Для повышения качества восприятия изучаемого материала в образовательном процессе широко используются информационно-коммуникационные технологии.

Самостоятельная работа студентов – это планируемая работа студентов, выполняемая по заданию при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Формы самостоятельной работы студентов определяются содержанием учебной дисциплины, степенью подготовленности студентов. Они могут иметь учебный или учебно-

исследовательский характер: подготовка к практическим занятиям, подготовка расчетно-графической работы, подготовка реферативных сообщений и др.

Формами контроля самостоятельной работы выступают: проверка практических заданий, решений задач, проверка расчетно-графической работы. Результаты самостоятельной работы учитываются при оценке знаний на экзамене.

7. Формы аттестации и оценочные материалы

Текущий контроль предназначен для проверки хода и качества усвоения учебного материала, стимулирования учебной работы обучающихся и совершенствования методики проведения занятий. Он проводится в ходе всех видов занятий в форме, избранной преподавателем.

Промежуточная аттестация имеет целью определить степень достижения учебных целей по учебной дисциплине и проводится в форме экзамена. Принимается экзамен преподавателем, читающим лекции по данной учебной дисциплине в соответствии с перечнем основных вопросов, выносимых для контроля знаний обучающихся:

7.1. Вопросы и задачи к зачету

Зачет не предусмотрен.

7.2. Вопросы к экзамену

1. Определители II и III порядков. Их свойства.
2. Перестановки и подстановки.
3. Определители n-го порядка. Свойства.
4. Миноры и алгебраические дополнения.
5. Методы вычисления определителей n-порядка.
6. Правило Крамера.
7. Матрицы. Операции над матрицами.
8. Обратная матрица. Теорема о существовании обратной матрицы.
9. Методы вычисления обратной матрицы.
10. Ранг матрицы. Теорема об элементарных преобразованиях.
11. Понятие линейной зависимости. Теорема о ранге матрицы. Ее следствия.
12. Системы линейных неоднородных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли (с доказательством).
13. Системы линейных однородных уравнений. Теорема о существовании фундаментального решения.
14. Метод Гаусса.
15. Понятие вектора. Линейные операции над векторами. Проекция вектора. Коллинеарные и компланарные векторы.
16. Базис и координаты вектора.
17. Декартова прямоугольная система координат. Координаты точки.
18. Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в данном соотношении.
19. Скалярное произведение векторов. Условие перпендикулярности векторов.
20. Векторное произведение векторов. Условие параллельности векторов.
21. Смешанное произведение векторов. Условие компланарности векторов.
22. Прямая на плоскости. Общее уравнение прямой. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Угол между двумя прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности двух прямых.
23. Прямая на плоскости. Неполные уравнения прямой. Совместное исследование уравнений двух и трех прямых. Уравнение прямой в «отрезках».
24. Прямая на плоскости. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой.

25. Общее уравнение плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку и имеющей данный нормальный вектор. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки.
26. Взаимное расположение двух плоскостей. Угол между двумя плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.
27. Неполные уравнения плоскостей. Уравнение плоскости в «отрезках».
28. Нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости.
29. Уравнения прямой в пространстве. Прямая как пересечение двух плоскостей. Направляющий вектор прямой. Канонические и параметрические уравнения прямой. Уравнения прямой, проходящей через две точки.
30. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Расстояние от точки до прямой.
31. Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми. Расстояние между двумя параллельными прямыми.
32. Признаки перпендикулярности прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью.
33. Понятие линейного векторного пространства.
34. Аксиомы аффинного пространства. Евклидово векторное пространство.
35. Переход к новой системе координат. Матрица перехода. Формулы преобразования координат.
36. Алгебраические кривые II порядка. Классификация кривых II порядка.
37. Парабола.
38. Эллипс.
39. Гипербола.
40. Понятие полярной системы координат. Уравнение эллипса, гиперболы и параболы в полярных координатах.
41. Параметрические уравнения эллипса, гиперболы и параболы.
42. Алгебраические поверхности II порядка. Классификация поверхностей II порядка.
43. Распадающиеся поверхности.
44. Цилиндрические поверхности. Исследование цилиндрических поверхностей методом сечений.
45. Конические поверхности. Исследование конических поверхностей методом сечений.
46. Эллипсоиды. Исследование методом сечений.
47. Гиперболоиды. Исследование методом сечений.
48. Параболоиды. Исследование методом сечений.
49. Линейные пространства: определение и примеры.
50. Линейная зависимость и независимость векторов, базис и координаты вектора.
51. Размерность линейного пространства.
52. Линейные операторы: определение и примеры.
53. Матрица линейного оператора.
54. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
55. Евклидово пространство, определение и примеры.
56. Ортогональные и ортонормированные системы векторов.
57. Неравенство Коши-Буняковского.
58. Процесс ортогонализации Шмидта.
59. Определение квадратичной формы и ее матрицы.
60. Вывод формулы преобразования матрицы квадратичной формы при переходе к новому базису.
61. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
62. Закон инерции квадратичных форм.
63. Классификация кривых и поверхностей второго порядка.
64. Положительно-определенные квадратичные формы и критерий Сильвестра.

Билет для проведения промежуточной аттестации в форме экзамена включает вопросы и задачи для проверки сформированности знаний, умений и навыков.

Общими критериями, определяющими оценку знаний, умений и навыков являются:

–для оценки «отлично» - наличие глубоких и исчерпывающих знаний в объёме пройденного программного материала правильные и уверенные действия по применению полученных знаний на практике, грамотное и логически стройное изложение материала при ответе, знание дополнительно рекомендованной литературы;

–для оценки «хорошо» - наличие твердых и достаточно полных знаний программного материала, незначительные ошибки при освещении заданных вопросов, правильны действия по применению знаний на практике, четкое изложение материала;

–для оценки «удовлетворительно» - наличие твердых знаний пройденного материала, изложение ответов с ошибками, уверенно исправляемыми после дополнительных вопросов, необходимость наводящих вопросов, правильные действия по применению знаний на практике;

–для оценки «неудовлетворительно» - наличие грубых ошибок в ответе, непонимание сущности излагаемого вопроса, неумение применять знания на практике, неуверенность и неточность ответов на дополнительные и наводящие вопросы.

7.3. Примерная тематика расчетно-графической работы

Задание 1. Определители и их свойства.

Задание 2. Системы линейных уравнений. Правило Крамера. Метод Гаусса

Задание 3. Векторная алгебра.

Задание 4. Аналитическая геометрия на плоскости.

Задание 5. Аналитическая геометрия в пространстве.

Задание 6. Кривые второго порядка.

Задание 7. Линейные операторы. Собственные векторы и собственные значения.

Критерии оценки расчетно-графической работы:

«Отлично» - работа выполнена в соответствии с утвержденным планом, полностью раскрыто содержание каждого вопроса, студентом сформулированы собственные аргументированные выводы по теме работы. Оформление работы соответствует предъявляемым требованиям. При защите работы обучающийся свободно владел материалом и отвечал на вопросы.

«Хорошо» - работа выполнена в соответствии с утвержденным планом, полностью раскрыто содержание каждого вопроса. Незначительные замечания к оформлению работы. При защите работы обучающийся владел материалом, но отвечал не на все вопросы.

«Удовлетворительно» - работа выполнена в соответствии с утвержденным планом, но не полностью раскрыто содержание каждого вопроса. Обучающимся не сделаны собственные выводы по теме работы. Грубые недостатки в оформлении работы. При защите работы обучающийся владел материалом, отвечал не на все вопросы.

«Неудовлетворительно» - если работа не выполнена в соответствии с утвержденным планом, не раскрыто содержание каждого вопроса, обучающимся не сделаны выводы по теме работы, имеются грубые недостатки в оформлении работы, при защите работы обучающийся не владел материалом, не отвечал на вопросы, то работа направляется на дальнейшую доработку.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Электронный каталог и электронные информационные ресурсы, предоставляемые научной библиотекой ФГБОУ ВО «Чувашский государственный университет имени И.Н. Ульянова» доступны по ссылке <http://library.chuvsu.ru/>

8.1. Рекомендуемая основная литература

№	Название
1.	Александров, П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Электронный ресурс]: учебник / П.С. Александров. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 512 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/493 .
2.	Беклемишев, Д.В. Решение задач из курса аналитической геометрии и линейной алгебры [Электронный ресурс] : учебное пособие / Д.В. Беклемишев. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2014. — 192 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/59632 .
3.	Гусак А.А. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. Примеры и задачи [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.А. Гусак. — Электрон. текстовые данные. — Минск: ТетраСистемс, 2011. — 265 с. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/28035.html

8.2 Рекомендуемая дополнительная литература

№	Название
1.	Алгебра и геометрия: типовые расчеты / Чуваш. гос. ун-т им. И. Н. Ульянова ; [сост.: Агаков В. Г., Быкова А. Н., Бычков В. П., Поляков Н. Д. ; отв. ред. Агаков В. Г.] - Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2000. - 75с.. ISBN 512(075.8).
2.	Гусак А.А. Справочник по высшей математике [Электронный ресурс] / А.А. Гусак, Г.М. Гусак, Е.А. Бричикова. — Электрон. текстовые данные. — Минск: ТетраСистемс, 2009. — 638 с. — 978-985-470-952-9. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/28224.html
3.	Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2017. — 224 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/92615
4.	Кузнецов Л. А. Сборник заданий по высшей математике: типовые расчеты : учебное пособие / Кузнецов Л. А. - Изд. 5-е, стер. - Санкт-Петербург [и др.]: Лань, 2005. - 239с. ISBN 5-8114-0574-X.
5.	Ильин, В.А. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. — Электрон. дан. — Москва: Физматлит, 2009. — 224 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/2179
6.	Ильин, В.А. Линейная алгебра [Электронный ресурс]: учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. — Электрон. дан. — Москва: Физматлит, 2008. — 280 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/2178

8.3. Программное обеспечение, профессиональные базы данных, информационно-справочные системы.

Программное обеспечение, профессиональные базы данных, информационно-справочные системы, предоставляемые управлением информатизации ФГБОУ ВО «Чувашский государственный университет имени И.Н. Ульянова» доступны по ссылке <http://ui.chuvsu.ru/>*

№ п/п	Наименование Рекомендуемого ПО	Условия доступа/скачивания
		свободное лицензионное соглашение:
1.	Linux/ Ubuntu	http://ubuntu.ru/
2.	LibreOffice	https://ru.libreoffice.org/
		из внутренней сети университета (договор)*
1.	Microsoft Windows	
2.	Microsoft Office	
		из внутренней сети университета (договор)*
1.	Гарант F1	
2.	Консультант +	

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для лекционных занятий по дисциплине оснащены автоматизированным рабочим местом (АРМ) преподавателя, обеспечивающим тематические иллюстрации и демонстрации, соответствующие программе дисциплины в составе:

–ПЭВМ с доступом в интернет (операционная система, офисные программы, антивирусные программы);

–мультимедийный проектор с дистанционным управлением;

–настенный экран;

Учебные аудитории для самостоятельных занятий по дисциплине оснащены АРМ преподавателя и пользовательскими АРМ по числу обучающихся, объединенных локальной сетью («компьютерный» класс), с возможностью подключения к сети Интернет и доступом к электронной информационно-образовательной среде ФГБОУ ВО «Чувашский государственный университет имени И.Н. Ульянова».

10. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям лиц с ограниченными возможностями

В случае необходимости, обучающимся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья (по заявлению обучающегося) могут предлагаться одни из следующих вариантов восприятия информации с учетом их индивидуальных психофизических особенностей, в том числе с применением электронного обучения и дистанционных технологий:

–для лиц с нарушениями зрения: в печатной форме увеличенным шрифтом; в форме электронного документа; в форме аудиофайла (перевод учебных материалов в аудиоформат); в печатной форме на языке Брайля; индивидуальные консультации с привлечением тифлосурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации.

–для лиц с нарушениями слуха: в печатной форме; в форме электронного документа; видеоматериалы с субтитрами; индивидуальные консультации с привлечением сурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации.

–для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в печатной форме; в форме электронного документа; в форме аудиофайла; индивидуальные задания и консультации.

11. Методические рекомендации по освоению дисциплины

11.1 Значение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся является неотъемлемой частью образовательного процесса. Цель самостоятельной работы – подготовка современного компетентного специалиста и формирование способностей и навыков к непрерывному самообразованию и профессиональному совершенствованию.

Реализация поставленной цели предполагает решение следующих задач:

- качественное освоение теоретического материала по изучаемой дисциплине, углубление и расширение теоретических знаний с целью их применения на уровне межпредметных связей;

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических навыков;

- формирование умений по поиску и использованию нормативной, правовой, справочной и специальной литературы, а также других источников информации;

- развитие познавательных способностей и активности, творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;

- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самообразованию, самосовершенствованию и самореализации;

- развитие научно-исследовательских навыков;

- формирование умения решать практические задачи (в профессиональной деятельности), используя приобретенные знания, способности и навыки.

Самостоятельная работа определяется спецификой дисциплины и методикой ее преподавания, временем, предусмотренным учебным планом, а также степенью обучения, на которой изучается дисциплина. Основными формами организации самостоятельной работы студентов являются: аудиторная самостоятельная работа под руководством и контролем преподавателя (на лекциях, практических занятиях и консультациях); внеаудиторная самостоятельная работа под руководством и контролем преподавателя (на консультациях, при проведении научно-исследовательской работы), внеаудиторная самостоятельная работа без непосредственного участия преподавателя (подготовка к аудиторным занятиям, олимпиадам, конференциям, выполнение контрольных работ, работа с электронными информационными ресурсами, подготовка к экзамену). Самостоятельная работа студентов обеспечивается настоящими методическими рекомендациями.

Самостоятельная работа обучающихся по курсу «Алгебра и геометрия» - необходимая составляющая подготовки специалиста в области промышленной электроники.

Внеаудиторная самостоятельная работа – планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа обучающихся, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Целью самостоятельной работы обучающихся является овладение фундаментальными знаниями теории прогнозирования, профессиональными умениями и навыками проведения эконометрических расчетов, опытом творческой, исследовательской деятельности.

Самостоятельная работа обучающихся направлена на решение следующих задач:

- Формирование умений решать математические задачи и проблемы, аналогичные ранее изученным, но более высокого уровня сложности;
- Формирование навыков самостоятельного творческого подхода к решению некоторых математических задач и проблем из различных областей математики, которые требуют некоторой оригинальности мышления;
- Выработка навыков самостоятельного перевода на математический язык простейших проблем, поставленных в терминах других предметных областей, и использования превосходства этой переформулировки для их решения;
- Формирование навыков самостоятельного учения и анализа учебной и научной математической литературы, в том числе и на иностранном языке;
- Выработка навыков представления математических утверждений и их доказательств, проблем и их решений ясно и точно в терминах, понятных для профессиональной аудитории, как в письменной, так и устной форме.

11.2 Общие рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Дисциплина «Алгебра и геометрия» позволяет привить обучающимся навыки использования аппарата линейной алгебры и аналитической геометрии для решения прикладных задач. Поэтому обучающиеся должны опираться, в основном, на знания и умения, полученные на лекционных и практических занятиях. Это дает необходимый базис для дальнейшего углубленного изучения других дисциплин. Однако эти знания необходимо активизировать.

Формы самостоятельных работ обучающихся, предусмотренные дисциплиной:

- Подготовка к практическим занятиям;
- Самостоятельное изучение учебных вопросов;
- Выполнение расчетно-графической работы;
- Подготовка к экзамену.

Для самостоятельной подготовки к практическим занятиям, изучения учебных вопросов, подготовки к экзамену можно рекомендовать следующие источники:

- конспекты лекций и материалы практических занятий;
- учебную литературу соответствующего профиля.

Преподаватель в начале чтения курса информирует студентов о формах, видах и содержании самостоятельной работы, разъясняет требования, предъявляемые к результатам самостоятельной работы, а также формы и методы контроля и критерии оценки.

11.3 Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

Практическое занятие – это одна из форм учебной работы, которая ориентирована на закрепление изученного теоретического материала, его более глубокое усвоение и формирование умения применять теоретические знания в практических, прикладных целях. Особое внимание на практических занятиях уделяется выработке учебных или профессиональных навыков. Такие навыки формируются в процессе выполнения конкретных заданий – упражнений, задач и т. п. – под руководством и контролем преподавателя. Ведущей целью практических занятий является формирование умений и приобретение практического опыта, направленных на формирование профессиональных компетенций (способности выполнять определенные действия, операции, необходимые в профессиональной деятельности) или общих компетенций (общие компетенции необходимы для успешной деятельности как в профессиональной, так и во внепрофессиональной сферах).

Содержанием практических занятий являются решение разного рода задач, в том числе профессиональных (анализ производственных ситуаций, решение ситуационных производственных задач, выполнение профессиональных функций в деловых играх и т.п.), выполнение вычислений, расчетов, чертежей, работа с измерительными приборами, оборудованием, аппаратурой, работа с нормативными документами, инструктивными материалами, справочниками, составление проектной, плановой и другой технической и специальной документации и другое.

Для подготовки к практическому занятию студенту необходимо изучить теоретический материал по данной теме, запомнить основные определения и правила, разобрать данные в лекциях решения задач. Для закрепления пройденного материала студенту необходимо выполнить домашнюю работу в соответствии с заданием, полученным на предыдущем практическом занятии. В случае возникновения затруднений при ее выполнении рекомендуется обратиться за помощью к преподавателю в отведенное для консультаций время.

Этапы подготовки к практическому занятию:

- изучение теоретического материала, полученного на лекции и в процессе самостоятельной работы;
- выполнение домашнего задания;
- самопроверка по контрольным вопросам темы.

11.4 Методические рекомендации по подготовке к лабораторным занятиям

Лабораторные занятия не предусмотрены.

11.5 Методические рекомендации по самостоятельному изучению учебных вопросов

Темы, вынесенные на самостоятельное изучение, необходимо законспектировать. В конспекте кратко излагается основная сущность учебного материала, приводятся необходимые обоснования, табличные данные, схемы, эскизы, расчеты и т.п. Конспект целесообразно составлять целиком на тему. При этом имеется возможность всегда дополнять составленный конспект вырезками и выписками из журналов, газет, статей, новых учебников, брошюр по обмену опытом, данных из Интернета и других источников. Таким образом, конспект становится сборником необходимых материалов, куда студент вносит всё новое, что он изучил, узнал. Такие конспекты представляют, большую ценность при подготовке к занятиям.

Основные этапы самостоятельного изучения учебных вопросов:

1. Первичное ознакомление с материалом изучаемой темы по тексту учебника, картам, дополнительной литературе.
2. Выделение главного в изучаемом материале, составление обычных кратких записей.
3. Подбор к данному тексту опорных сигналов в виде отдельных слов, определённых знаков, графиков, рисунков.
4. Продумывание схематического способа кодирования знаний, использование различного шрифта и т.д.
5. Составление опорного конспекта.

11.6 Методические рекомендации по выполнению расчетно-графической работы

Цель работы – систематизация и закрепление теоретических знаний и развитие практических навыков по решению задач, выработка навыков анализа статистических данных и формулирования выводов по полученным результатам.

Задачами работы являются:

- развитие навыков самостоятельной работы в области решения практических задач;
- подбор и систематизация теоретического материала, являющегося основой для решения практической задачи, развитие навыков самостоятельной работы с учебной и методической литературой;
- проведение расчетов по исходным данным и анализ полученных значений;
- формулирование выводов по полученным результатам.

Структура отчета по расчетно-графической работе:

1. Титульный лист.
2. Оглавление.
3. Задание. На данном этапе надо полностью изложить данное обучающемуся задание.
4. Исходные данные. Студент предоставляет все существующие исходные данные, которые могут понадобиться для проведения расчетов.
5. Разделы, которые будут содержать практические решения и анализ полученных результатов.
6. Выводы.
7. Список использованных источников.
8. Приложение.

Требования по оформлению работы:

Набор текста производится в текстовом редакторе Microsoft Word шрифтом TimesNewRoman размером 12 pt через 1,5 интервала или 14 pt через 1 интервал. Рекомендуемое значение поля страницы: левое – 30 мм, правое – 15 мм, верхнее и нижние 20 мм.

Нумерация страниц расчетно-графической работы должна быть сквозная.

Титульный лист не включается в общую нумерацию страниц.

Все иллюстрации, помещаемые в расчетно-графическую работу, должны быть тщательно подобраны, четко выполнены. Рисунки и диаграммы должны иметь прямое отношение к тексту, без лишних изображений и данных, которые не поясняются.

Критерии оценки:

- уровень освоения учебного материала;
- глубина проработки материала;
- умение использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
- оформление расчетно-графической работы в соответствии с требованиями.

Пример выполнения расчетно-графической работы

Задание 1. Определители и их свойства.

Пример. Вычислить определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 0 & -2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = (-2 \cdot 1 - 1 \cdot 3) - 2(0 \cdot 1 - 3 \cdot 3) + (0 \cdot 1 + 3 \cdot 2) = \\ = -5 + 18 + 6 = 19.$$

Задание 2. Системы линейных уравнений. Правило Крамера. Метод Гаусса.

Пример. Дана система линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} x + 5y - z = 3 \\ 2x + 4y - 3z = 2 \\ 3x - y - 3z = -7. \end{cases}$$

Проверить, совместна ли эта система, и в случае совместности решить ее: а) по формулам Крамера; б) методом Гаусса; в) с помощью обратной матрицы. Совместность данной системы проверить по теореме Кронекера - Капелли.

Решение. С помощью элементарных преобразований найдем ранг матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & -1 \\ 2 & 4 & -3 \\ 3 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

данной системы и ранг расширенной матрицы

$$B = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 5 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & -3 & 2 \\ 3 & -1 & -3 & -7 \end{array} \right)$$

Для этого умножим первую строку матрицы B на -2 и сложим со второй, затем умножим первую строку на -3 и сложим с третьей, получим

$$B = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 5 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & -3 & 2 \\ 3 & -1 & -3 & -7 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 5 & -1 & 3 \\ 0 & -6 & -1 & -4 \\ 0 & -16 & 0 & -16 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 5 & 3 \\ 0 & -1 & -6 & -4 \\ 0 & 0 & -16 & -16 \end{array} \right).$$

Следовательно, $\text{rang } A = \text{rang } B = 3$ (числу неизвестных), исходная система имеет единственное решение.

а) Находим решение системы по формулам Крамера

$$x = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad y = \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad z = \frac{\Delta_3}{\Delta},$$

где

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 5 & -1 \\ 2 & 4 & -3 \\ 3 & -1 & -3 \end{vmatrix} = -16; \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 2 & 4 & -3 \\ -7 & -1 & -3 \end{vmatrix} = 64;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 2 & -3 \\ 3 & -7 & -3 \end{vmatrix} = -16; \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 2 & 4 & 2 \\ 3 & -1 & -7 \end{vmatrix} = 32.$$

$$x = \frac{64}{-16} = -4; \quad y = \frac{-16}{-16} = 1; \quad z = \frac{32}{-16} = -2.$$

б) *Метод Гаусса.* Составим расширенную матрицу и проведем необходимые элементарные преобразования. Элементы первой строки умножим на -2 и прибавим к соответствующим элементам 2-ой строки, затем элементы первой строки умножим на -3 и прибавим к соответствующим элементам третьей строки.

$$\begin{array}{ccc|ccc} x & y & z & & & \\ \hline \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 5 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & -3 & 2 \\ 3 & -1 & -3 & -7 \end{array} \right) & \sim & \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 5 & -1 & 3 \\ 0 & -6 & -1 & -4 \\ 0 & -16 & 0 & -16 \end{array} \right) & \sim & \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 5 & 3 \\ 0 & -1 & -6 & -4 \\ 0 & 0 & -16 & -16 \end{array} \right). \end{array}$$

Последней матрицей соответствует система, эквивалентная исходной:

$$\begin{cases} x - z + 5y = 3 \\ -z - 6y = -4 \\ -16y = -16. \end{cases}$$

Из этой системы, двигаясь снизу вверх, последовательно находим:

$$y = 1, \quad z = -2, \quad x = -4.$$

в) *Матричный метод.* Так как $\det A = -16 \neq 0$, то матрица A невырожденная, существует обратная матрица A^{-1} , определяемая по формуле:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix},$$

где A_{ij} ($i = \overline{1,3}, j = \overline{1,3}$) являются алгебраическими дополнениями соответствующих элементов матрицы A .

Введем в рассмотрение матрицы столбцы для неизвестных и свободных членов:

$$X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -7 \end{pmatrix}.$$

Тогда данную систему можно записать в матричной форме: $A \cdot X = B$, откуда находим $X = A^{-1} \cdot B$ - решение системы в матричной форме.

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ -1 & -3 \end{vmatrix} = -15;$$

$$A_{12} = - \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 3 & -3 \end{vmatrix} = -3;$$

$$A_{13} = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = -14;$$

$$A_{21} = - \begin{vmatrix} 5 & -1 \\ -1 & -3 \end{vmatrix} = 16;$$

$$A_{22} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -3 \end{vmatrix} = 0; \quad A_{23} = - \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = 16;$$

$$A_{31} = \begin{vmatrix} 5 & -1 \\ 4 & -3 \end{vmatrix} = -11; \quad A_{32} = - \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = 1;$$

$$A_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = -6;$$

$$A^{-1} = -\frac{1}{16} \cdot \begin{pmatrix} -15 & 16 & -11 \\ -3 & 0 & 1 \\ -14 & 16 & -6 \end{pmatrix}.$$

Задание 3. Векторная алгебра.

Пример. Найти скалярное произведение $(3\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot (5\vec{a} - 6\vec{b})$, если $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 6$, $\vec{a} \wedge \vec{b} = \pi/3$.

$$15\vec{a} \cdot \vec{a} - 18\vec{a} \cdot \vec{b} - 10\vec{a} \cdot \vec{b} + 12\vec{b} \cdot \vec{b} = 15|\vec{a}|^2 - 28|\vec{a}||\vec{b}|\cos\frac{\pi}{3} + 12|\vec{b}|^2 = 15 \cdot 16 - 28 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} + 12 \cdot 36 = 240 - 336 + 432 = 672 - 336 = 336.$$

Задание 4. Аналитическая геометрия на плоскости.

Пример. Даны вершины треугольника $A(0; 1)$, $B(6; 5)$, $C(12; -1)$. Найти уравнение высоты, проведенной из вершины C .

$$\text{Находим уравнение стороны } AB: \frac{x-0}{6-0} = \frac{y-1}{5-1}; \quad \frac{x}{6} = \frac{y-1}{4}; \quad 4x = 6y - 6;$$

$$2x - 3y + 3 = 0; \quad y = \frac{2}{3}x + 1.$$

Искомое уравнение высоты имеет вид: $Ax + By + C = 0$ или $y = kx + b$.

$k = -\frac{3}{2}$. Тогда $y = -\frac{3}{2}x + b$. Т.к. высота проходит через точку C , то ее координаты удовле-

творяют данному уравнению: $-1 = -\frac{3}{2}12 + b$, откуда $b = 17$. Итого: $y = -\frac{3}{2}x + 17$.

Ответ: $3x + 2y - 34 = 0$.

Задание 5. Аналитическая геометрия в пространстве.

Пример. Найти уравнение плоскости, проходящей через точки $A(2, -1, 4)$ и $B(3, 2, -1)$ перпендикулярно плоскости $x + y + 2z - 3 = 0$.

Искомое уравнение плоскости имеет вид: $Ax + By + Cz + D = 0$, вектор нормали к этой плоскости $\vec{n}_1 (A, B, C)$. Вектор $\vec{AB} (1, 3, -5)$ принадлежит плоскости. Заданная нам плоскость, перпендикулярная искомой имеет вектор нормали $\vec{n}_2 (1, 1, 2)$. Т.к. точки A и B принадлежат обеим плоскостям, а плоскости взаимно перпендикулярны, то

$$\vec{n}_1 = \vec{AB} \times \vec{n}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 3 & -5 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} 3 & -5 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} 1 & -5 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 11\vec{i} - 7\vec{j} - 2\vec{k}.$$

Таким образом, вектор нормали \vec{n}_1 (11, -7, -2). Т.к. точка А принадлежит искомой плоскости, то ее координаты должны удовлетворять уравнению этой плоскости, т.е. $11 \cdot 2 + 7 \cdot 1 - 2 \cdot 4 + D = 0$; $D = -21$.

Итого, получаем уравнение плоскости: $11x - 7y - 2z - 21 = 0$.

Задание 6. Кривые второго порядка.

Пример. Привести уравнение кривой второго порядка $4x^2 + y^2 + 16x - 2y - 8 = 0$ к каноническому виду и построить кривую.

Решение.

Для приведения уравнения кривой второго порядка к каноническому виду применяют метод выделения полного квадрата.

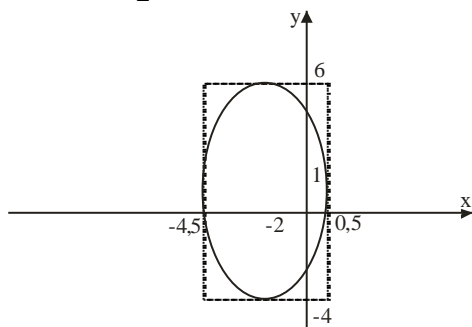
Сгруппируем слагаемые, содержащие текущие координаты. Коэффициенты при x^2 и y^2 вынесем за скобки: $4(x^2 + 4x) + (y^2 - 2y) - 8 = 0$.

Выделим полный квадрат: $4(x^2 + 4x + 4) + (y^2 - 2y + 1) - 8 - 16 - 1 = 0$. Отсюда $4(x+2)^2 + (y-1)^2 = 25$. Разделим обе части равенства на 25: $\frac{4(x+2)^2}{25} + \frac{(y-1)^2}{25} = 1$. Запишем полученное уравнение в каноническом виде: $\frac{(x+2)^2}{\frac{25}{4}} + \frac{(y-1)^2}{25} = 1$.

Выполним параллельный перенос осей координат по формулам $\begin{cases} X = x - x_0 \\ Y = y - y_0 \end{cases}$. При таком преобразовании начало координат переносится в точку (x_0, y_0) , уравнение эллипса принимает канонический вид $\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} = 1$.

В нашем примере $x_0 = -2$, $y_0 = 1$, $a = \frac{5}{2}$, $b = 5$.

Итак, рассматриваемое уравнение определяет эллипс с центром в точке $C(-2;1)$ и полуосями $\frac{5}{2}$ и 5.



Задание 7. Линейные операторы. Собственные векторы и собственные значения.

Пример. Найти характеристические числа и собственные векторы линейного преобразования с матрицей $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Запишем линейное преобразование в виде:

$$\begin{aligned}x'_1 &= \lambda x_1 = 5x_1 + 4x_2 \\x'_2 &= \lambda x_2 = 2x_1 + 3x_2\end{aligned}$$

Составим характеристическое уравнение:

$$\begin{vmatrix} 5-\lambda & 4 \\ 2 & 3-\lambda \end{vmatrix} = (5-\lambda)(3-\lambda) - 8 = 15 - 3\lambda - 5\lambda + \lambda^2 - 8 = 0$$

$$\lambda^2 - 8\lambda + 7 = 0;$$

Корни характеристического уравнения: $\lambda_1 = 7$; $\lambda_2 = 1$;

$$\text{Для корня } \lambda_1 = 7: \begin{cases} (5-7)x_1 + 4x_2 = 0 \\ 2x_1 + (3-7)x_2 = 0 \end{cases} \begin{cases} -2x_1 + 4x_2 = 0 \\ 2x_1 - 4x_2 = 0 \end{cases}$$

Из системы получается зависимость: $x_1 - 2x_2 = 0$. Собственные векторы для первого корня характеристического уравнения имеют координаты: $(t; 0,5t)$ где t - параметр.

$$\text{Для корня } \lambda_2 = 1: \begin{cases} (5-1)x_1 + 4x_2 = 0 \\ 2x_1 + (3-1)x_2 = 0 \end{cases} \begin{cases} 4x_1 + 4x_2 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 = 0 \end{cases}$$

Из системы получается зависимость: $x_1 + x_2 = 0$. Собственные векторы для второго корня характеристического уравнения имеют координаты: $(t; -t)$ где t - параметр.

Полученные собственные векторы можно записать в виде:

$$\vec{u}_1 = t(\vec{e}_1 + 0,5\vec{e}_2); \quad \vec{u}_2 = t(\vec{e}_1 - \vec{e}_2).$$

11.7 Методические рекомендации по подготовке к зачету

Зачет не предусмотрен.

11.8 Методические рекомендации по подготовке к экзамену

Экзамен преследует цель оценить работу студента за определенный курс: полученные теоретические знания, их прочность, развитие логического и творческого мышления, приобретение навыков самостоятельной работы, умения анализировать и синтезировать полученные знания и применять на практике решение практических задач.

Экзамен проводится в письменной форме по билетам, утвержденным заведующим кафедрой. Экзаменационный билет включает в себя два вопроса и задачи. Формулировка вопросов совпадает с формулировкой перечня вопросов, доведенного до сведения студентов за один месяц до экзаменационной сессии. В процессе подготовки к экзамену организована предэкзаменационная консультация для всех учебных групп. Результат экзамена выражается оценкой «отлично», «хорошо», «удовлетворительно».

С целью уточнения оценки экзаменатор может задать не более одного-двух дополнительных вопросов, не выходящих за рамки требований рабочей программы. Под дополнительным вопросом подразумевается вопрос, не связанный с тематикой вопросов билета. Дополнительный вопрос, также, как и основные вопросы билета, требует развернутого ответа. Кроме того, преподаватель может задать ряд уточняющих и наводящих вопросов, связанных с тематикой основных вопросов билета. Число уточняющих и наводящих вопросов не ограничено.