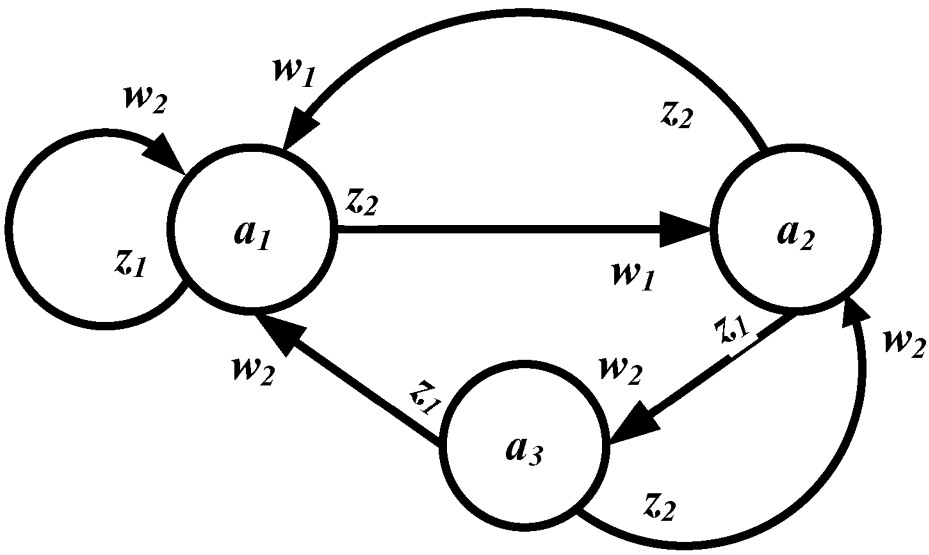
ТЕОРИЯ АВТОМАТОВ

Лекционный материал, разработанный для самостоятельного освоения в условиях удаленной системы обучения

часть 5

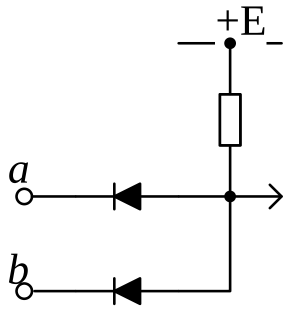


5. Матричная реализация МПА

При синтезе МПА с жесткой логикой в качестве критерия минимизации выбирается цена схемы. Под ценой схемы понимается сумма цен логических элементов. Под ценой логического элемента понимается число входов в этот логический элемент.

5.1. Способы кодирования потенциальных двоичных сигналов

При позитивном способе кодирования за единицу информации всегда принимается высокий уровень напряжения. Для негативной – наоборот. Рассмотрим следующую схему.



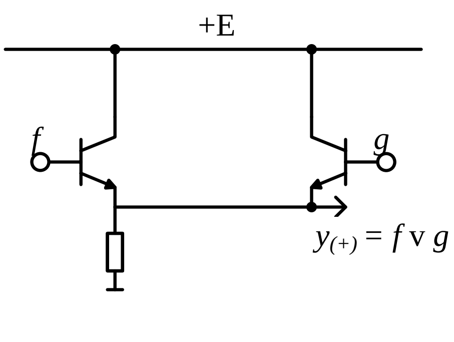
$$y = a \circ b$$

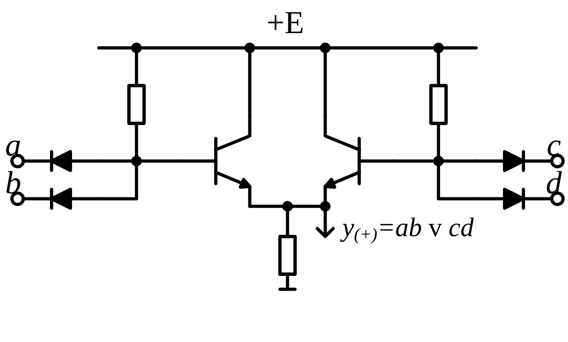
$$y_{(+)} = a \& b$$

$$y_{(-)} = a \vee b$$

a	*b*	*y*
(1) +E(0)	(1) +E (0)	(1) +E (0)
(0)$\perp$(1)	(1) +E (0)	(0)$\perp$(1)
(1) +E (0)	(0)$\perp$(1)	(0)$\perp$(1)
(0)$\perp$(1)	(0)$\perp$(1)	(0)$\perp$(1)

Тип проводимости транзистора	(+) Позитивная система кодирования	(-) Негативная система кодирования
n - p - n	“0” “1”	“1” “0”
p - n - p	“1” “0”	“0” “1”



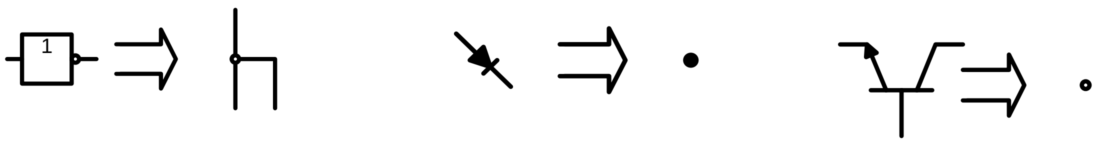


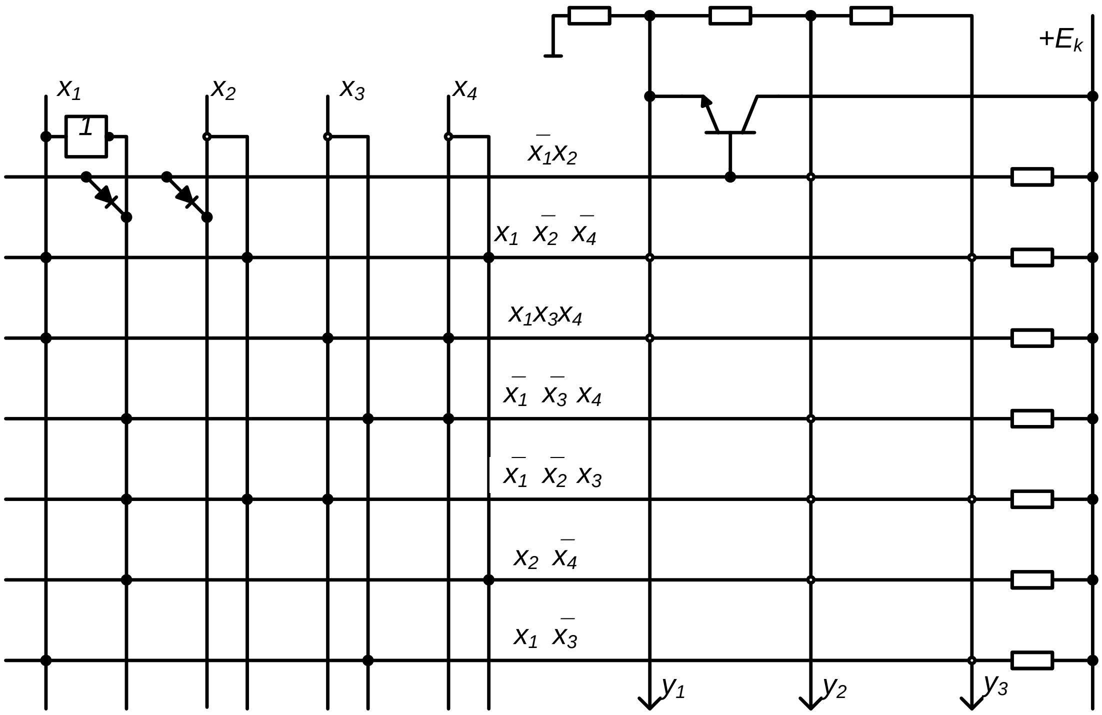
5.2. Матричная реализация комбинационных схем

Допустим, задана некоторая система булевых функций

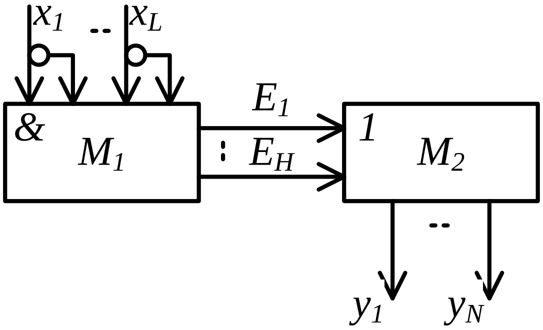
$$y_1 = \bar{x}_1 x_2 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4 \vee x_1 x_3 x_4;$$
$$y_2 = \bar{x}_1 x_2 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3 x_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_2 \bar{x}_4;$$
$$y_3 = x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3.$$

Реализуем данную систему булевых функций на двухматричной структуре. При этом будем использовать следующие обозначения.





Общий вид двухматричной структуры



Особенности:

Нет смысла минимизировать суммарное число входов.

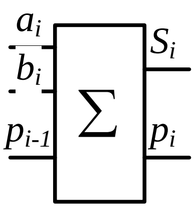
При матричной реализации комбинаторных схем минимизируется суммарная площадь матриц M_1 и M_2,т.е. **S(*M₁*)=2LH** и **S(*M₂*)=HN.**

При этом систему булевых функций необходимо привести к минимальной форме. Минимальной формой называется форма, у которой минимальное число букв.

При приведении системы булевых функций к минимальной форме используются методы минимизации булевых функций. Минимизация площади матриц M_1 и M_2 может быть осуществлена также с помощью замены переменных.

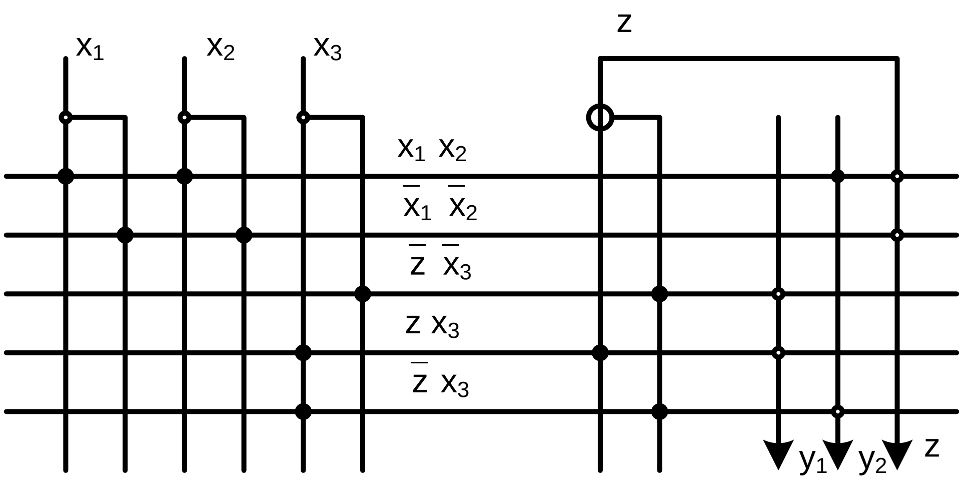
Пример. Матричная реализация комбинационного сумматора.

Пусть задана система, описывающая работу сумматора



$$y_1 = \overline{(x_1x_2 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2)}\,\bar{x}_3 \vee (x_1x_2 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2)\,x_3 - \textit{сумма};$$
$$y_2 = x_1x_2 \vee \overline{(x_1x_2 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2)}\,x_3 - \textit{перенос}.$$

Введем следующую замену переменной $z = x_1x_2 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2$, тогда
$y_1 = \bar{z}\,\bar{x}_3 \vee z\,x_3$; $y_2 = x_1x_2 \vee \bar{z}\,x_3$.



5.3. Тривиальная матричная реализация МПА

Пусть имеем прямую структурную таблиц МПА.

a_m	$K(a_m)$	a_s	$K(a_s)$	X_h	Y_t		D_h	h
a_1	000	a_2	010	x_1	$y_1y_2y_3$	Y_1	D_2	1
		a_2	010	$\overline{x_1}\,x_2$	$y_{10}y_{11}y_{12}$	Y_5	D_2	2
		a_5	100	$\overline{x_1x_2}$	y_{13}	Y_7	D_1	3
a_2	010	a_1	000	$\overline{x_1x_3}$	$y_2y_{10}y_{12}$	Y_6	-	4
		a_2	010	$\overline{x_1}\,x_3$	y_7y_8y	Y_4	D_2	5
		a_4	011	x_1	y_4	Y_2	$D_2\,D_3$	6
a_3	101	a_1	000	x_5	-	Y_0	-	7
		a_2	010	$\overline{x_5}$	$y_7y_8y_9$	Y_4	D_2	8
a_4	011	a_1	000	$\overline{x_2x_3}$	$y_2y_{10}y_{11}$	Y_6	-	9
		a_2	010	$\overline{x_2}\,x_3$	$y_7y_8y_9$	Y_4	D_2	10
		a_3	101	x_2x_3	y_5y_6	Y_3	$D_1\,D_3$	11
		a_3	101	$x_2\overline{x_3}$	$y_7y_9y_{14}y_{15}$	Y_8	$D_1\,D_3$	12
a_5	100	a_1	000	x_4	$y_2y_{10}y_{12}$	Y_6	-	13
		a_5	100	$\overline{x_4}$	-	Y_0	D_1	14

Как и ранее, каждой строке соответствует конъюнкция A_mX_h, если она равна 1, то надо вырабатывать сигнал, чтобы перевести автомат из одного состояния в другое.

Для минимизации суммарной площади матриц при матричной реализации используются триггеры D и T типов.

Из множества Y всех микроопераций выделим подмножество Y^* микроопераций, которые имеют только по одной конъюнкции. К ним относятся:

$$Y^* = \{y_1, y_3, y_4, y_5, y_6, y_{11}, y_{13}, y_{14}, y_{15}\}.$$

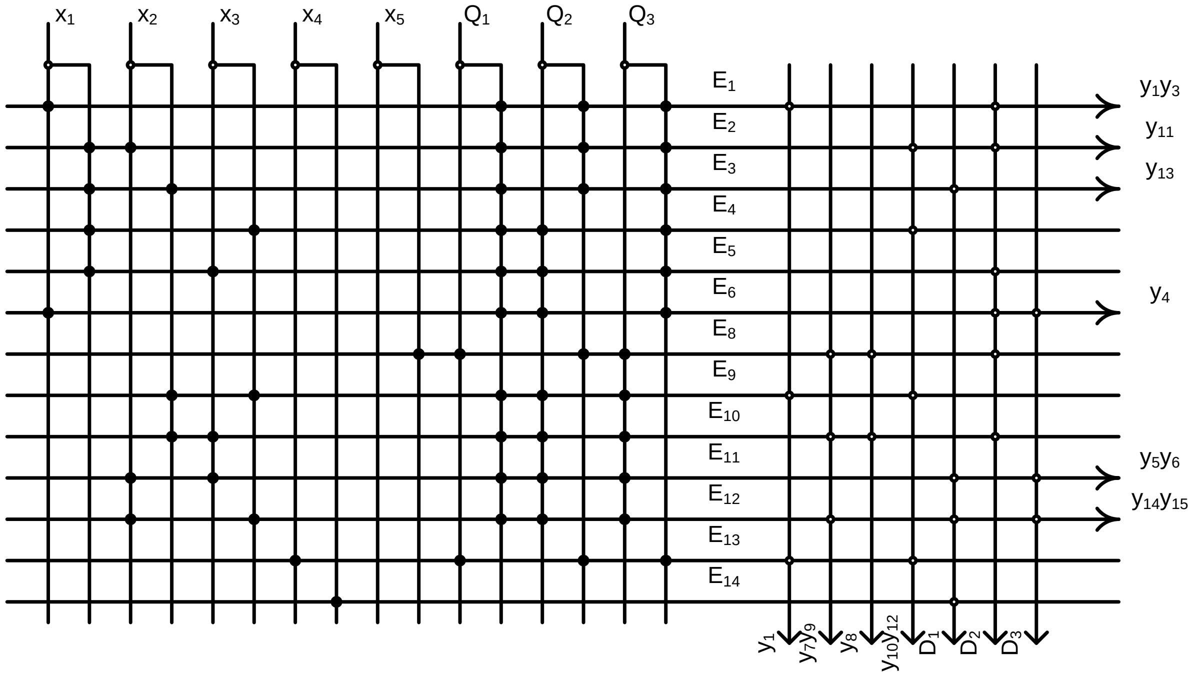
Далее находим

$$Y^{**}=Y \setminus Y^* = \{y_2, y_7, y_8, y_9 y_{10}, y_{12}\}.$$

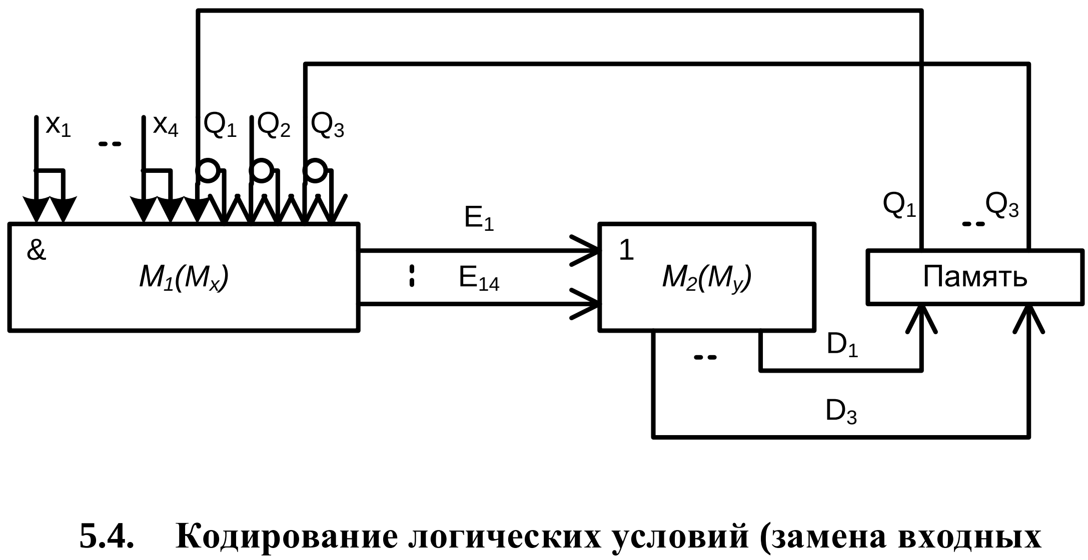
Затем, из множеств Y^* и Y^{**} выделяем те микрооперации, которые встречаются всегда вместе

$$\left.\begin{matrix}\{y_1, y_3\}\\ \{y_5, y_6\}\\ \{y_{14}, y_{15}\}\end{matrix}\right\} = Y'; \quad \left.\begin{matrix}\{y_7, y_8\}\\ \{y_{10}, y_{12}\}\end{matrix}\right\} = Y''$$

их будем вырабатывать на одной шине. Соответствующая матричная реализация МПА приведена ниже.



В общем виде тривиальная матричная реализация МПА будет выглядеть следующим образом.



5.4. Кодирование логических условий (замена входных переменных)

При матричной реализация МПА суммарная площадь матриц M_1 и M_2 определяется выражением $S=2H(L+R) + H(N+R)$. Двойка в сумме для M_1 объясняется тем, что нам необходимо иметь как прямые, так и инверсные значения.

В автоматах средней сложности обычно $L \approx 30$, $H \approx 200$, $R \approx 6$, $N \approx 50$. $S = 25{,}6 \times 10^3$ бит.

Обозначим через $X(a_m)$ множество входных переменных, встречающихся на всех переходах из состояния a_m. Для примера

$x(a_1) = \{x_1, x_2\}$; $x(a_2) = \{x_1, x_3\}$; $x(a_3) = \{x_5\}$; $x(a_4) = \{x_2, x_3\}$; $x(a_5) = \{x_4\}$.

Введем следующее обозначение: $G_m = |X(a_m)|$. Вертикальные черточки обозначают *число* элементов множества

$$G = \underbrace{max}_{m} G_m = \underbrace{max}_{m} |X(a_m)|.$$

Для примера $G_1=2$; $G_2=2$; $G_3=1$; $G_4=2$; $G_1=1$ и тогда $G=2$.
Введем вместо переменных $X=\{x_1, x_2, \ldots, x_L\}$ множество колирующих переменных $P=\{p_1, p_2, \ldots, p_G\}$. Для примера $X=\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$, $P=\{p_1, x_2\}$.

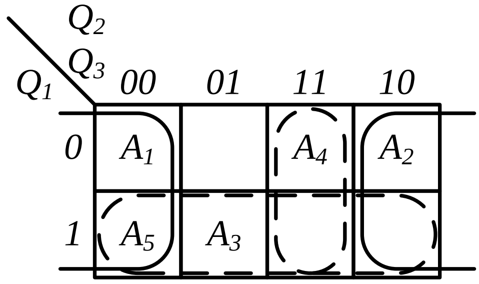
Допустим, что замена переменных уже произведена, и мы имеем следующую таблицу, построенную по столбцам a_m и X_h

A \ P	p_1	p_2
a_1	x_1	x_2
a_2	x_1	x_3
a_3	x_5	-
a_4	x_2	x_3
a_5	-	x_4

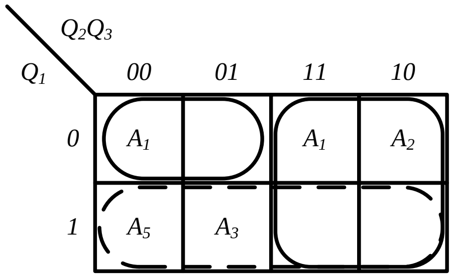
Если в состоянии a_m переменная p_g заменяет x_l, то, когда автомат находится в состоянии a_m должно выполнятся условие $p_g = x_l$; $A_m=1$.

$$p_1 = A_1x_1 \vee A_2x_1 \vee A_3x_5 \vee A_4x_2 \vee [A_5x_1 \vee A_5x_2 \vee A_5x_5] =$$
$$= (A_1 \vee A_2 \vee [A_5])x_1 \vee (A_4 \vee [A_5])x_2 \vee (A_3 \vee [A_5])x_5 = \overline{Q}_3x_1 \vee Q_2Q_3x_2 \vee Q_1x_5$$

Когда автомат находится в состоянии a_1, то конъюнкция $A_1 = 1$ и соответственно $p_1 = x_1$. Если автомат находится в состоянии a_2, то конъюнкция $A_2 = 1$ и $p_1 = x_1$.$a_3 \to A_3 = 1$; $p_1 = x_5$; $a_4 \to A_4 = 1$; $p_1 = x_2$.



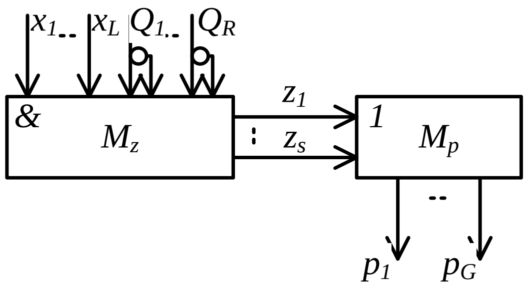
$$p_2 = A_1x_2 \vee A_2x_3 \vee A_4x_3 \vee A_5x_4 \vee [A_3x_2 \vee A_3x_3 \vee A_3x_4] =$$
$$= (A_1 \vee [A_3])x_2 \vee (A_2 \vee A_4 \vee [A_3])x_3 \vee (A_5 \vee [A_3])x_4 = \bar{Q}_1\bar{Q}_2x_2 \vee Q_2x_3 \vee Q_1x_4$$



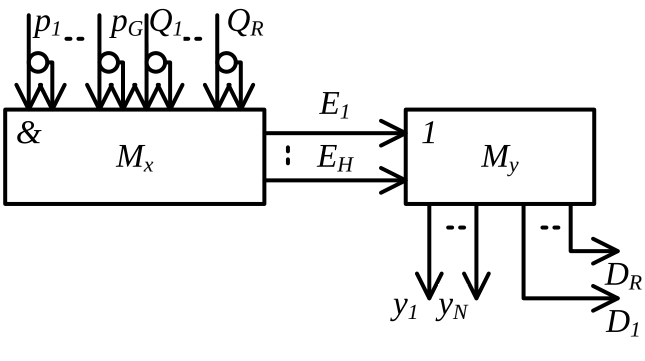
При замене входных переменных в структурной таблице можно вписать столбец P_h.

a_m	…	P_h
a_1		p_1
		$\bar{p}_1p_2$
		$\bar{p}_1\bar{p}_2$

Для выработки сигналов p_1, $p_2,\ldots,$ p_G строится двухматричная структура



Далее сигналы p_1, $p_2,\ldots,$ p_G подаются на матрицу M_x.



Таким образом, при замене входных переменных сокращается площадь матрицы M_x (M_y остаетсябез изменений).

В среднем G ≈ 5.

Без замены переменных $S(M_x) = 2(L + R)H$ = (60 + 12) 200 = 14,4 × 10^3.

С заменой переменных:

$S(M_x) = 2(G + R)H$ = 4,4 × 10^3;

$S(M_z) = (L + 2R)S = 1{,}5 \times 10^3$;
$S(M_p) = S * G = 0{,}2 \times 10^3$;
$S_{\text{суммарная}} = 6 * 10^3$.

5.5. Кодирование микроопераций

Напомним, что площадь матрицы M_y - $S(M_y) = H(N + R)$.

В общем случае МПА может реализовать $Y_0, Y_1, \dots, Y_T$ микрокоманд. Закодируем каждую микрокоманду Y_t следующим вектором:

$$K(Y_t) = (e_{t1}, \dots, e_{tD}),\ \text{где } e_{td} \in \{0, 1\};\ D =]\log_2 (T + 1)[.$$

Для примера закодируем микрокоманды тривиальным образом, т.е. в соответствие с двоичным эквивалентом номера микрокоманды (можно закодировать и как - то по-другому).

$$K(Y_0) = 0000 \qquad B_0 = \overline{g_1}\,\overline{g_2}\,\overline{g_3}\,\overline{g_4}$$

$$K(Y_1) = 0001 \qquad B_1 = \overline{g_1}\,\overline{g_2}\,\overline{g_3}\,g_4$$

$$\dots\dots\dots\dots \qquad \dots$$

$$K(Y_8) = 1000 \qquad B_8 = g_1\overline{g_2}\,\overline{g_3}\,\overline{g_4}$$

Коду каждой микрокоманды Y_t ставим в соответствие конъюнкцию:

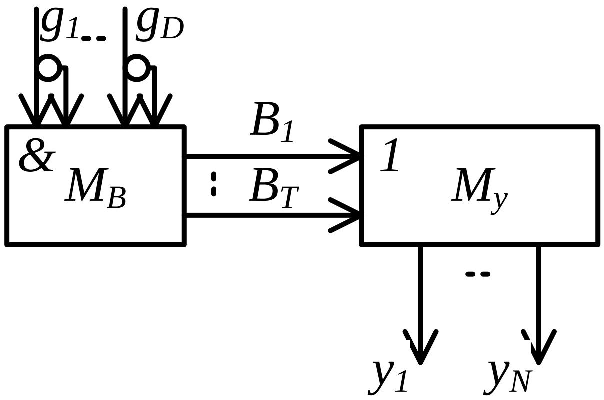
$$K(Y_t) \rightarrow B_t = g_1^{e_{t1}} \dots g_D^{e_{tD}}.$$

Из таблицы переходов МПА видно, что

$Y_0 = 0;$
$Y_1 = \{y_1, y_2, y_3\};$
$Y_2 = \{y_4\};$
$Y_3 = \{y_5, y_6\};$
...
$Y_8 = \{y_7, y_1, y_{14}, y_{15}\}$.

После анализа микрокоманд можно увидеть, что, например, микрооперация $y_2 \in Y_1$ и $y_2 \in Y_6$. Т.е. $y_2 = 1$, когда выполняется конъюнкция $B_1 = 1$ и $B_6 = 1$. Другими словами, можно записать, что: $y_2 = B_1 \vee B_6$.

Для микрооперации y_7:
$y_7 \in Y_4$ и $y_7 \in Y_8$. $y_7 = B_4 \vee B_8$.
$y_1 = B_1 = \overline{g_1}\,\overline{g_2}\,\overline{g_3}\,g_4;$
$y_2 = B_1 \vee B_6 = \overline{g_1}\,\overline{g_2}\,\overline{g_3}\,g_4 \vee \overline{g_1} g_2 g_3 \overline{g_4};$
$y_3 = B_1 = \overline{g_1}\,\overline{g_2}\,\overline{g_3}\,g_4;$
...
$y_{15} = B_8 = g_1 \overline{g_2}\,\overline{g_3}\,\overline{g_4}$.



Кроме того, встречаются только один раз следующие микрооперации, причем некоторые из них образуют целые микрокоманды:

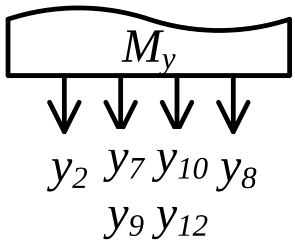
$$\left.\begin{array}{c}\{y_1, y_3\}\\ \{y_4\} = Y_2\\ \{y_5, y_6\} = Y_3\\ \{y_{11}\}\\ \{y_{13}\} = Y_7\\ \{y_{14}, y_{15}\}\end{array}\right\} = Y'.$$

Y^*- множество микроопераций, которые можно снять прямо с матрицы M_x. Тогда с матрицы M_y надо будет снимать оставшиеся микрооперации $Y^{**}=Y\backslash Y^*$ и кроме того, Y_2,Y_3 и Y_7 не нужно кодировать. Т.о., остается 6 микрокоманд, которые нужно закодировать. Для кодирования 6 микрокоманд нам потребуется 3 двоичные переменные.

Допустим, микрокоманды закодированы следующим образом:

$Y_0 \rightarrow 000$
$Y_1 \rightarrow 100$
$Y_4 \rightarrow 010$
$Y_5 \rightarrow 001$
$Y_6 \rightarrow 001$
$Y_8 \rightarrow 110$

В оставшемся множестве микроопераций Y^{**} всегда встречаются микрооперации $\{y_7, y_9\}$;$\{y_{10}, y_{12}\}$. В результате получаем, что с выхода матрицы M_y надо снимать следующие микрооперации:



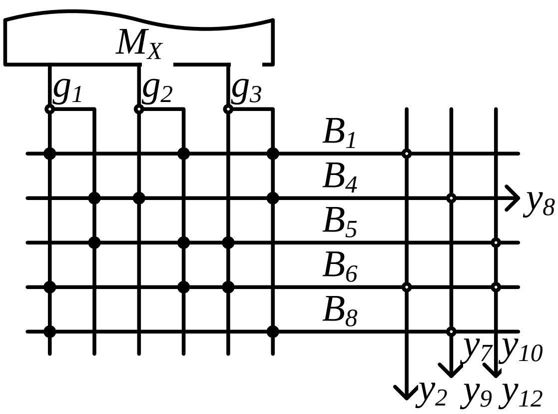
Тот факт, что $y_2 \in Y_1$, $y_2 \in Y_6$ запишем следующим образом:

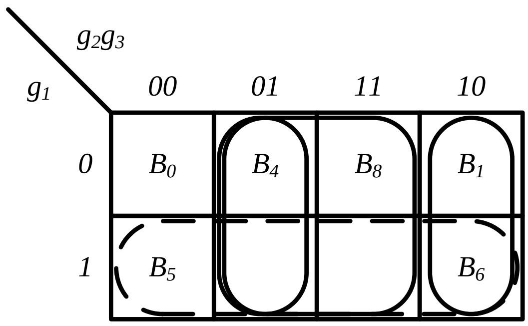
$y_2 \in Y_1,\ Y_6; y_2 \in B_1 \vee B_6 = \overline{g_1} g_2;$

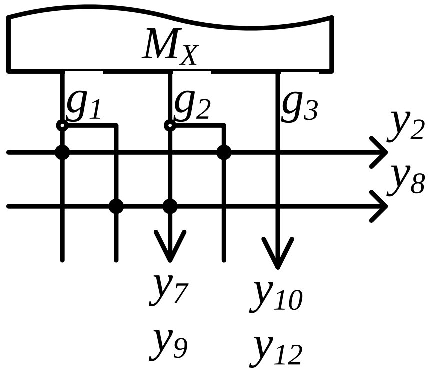
$\{y_7, y_9\} \in Y_4,\ Y_8;\ \{y_7, y_9\} \in B_4 \vee B_8 = g_2;$ (*)

$y_8 \in Y_4;\ y_8 \in B_4 = g_1 g_2;$

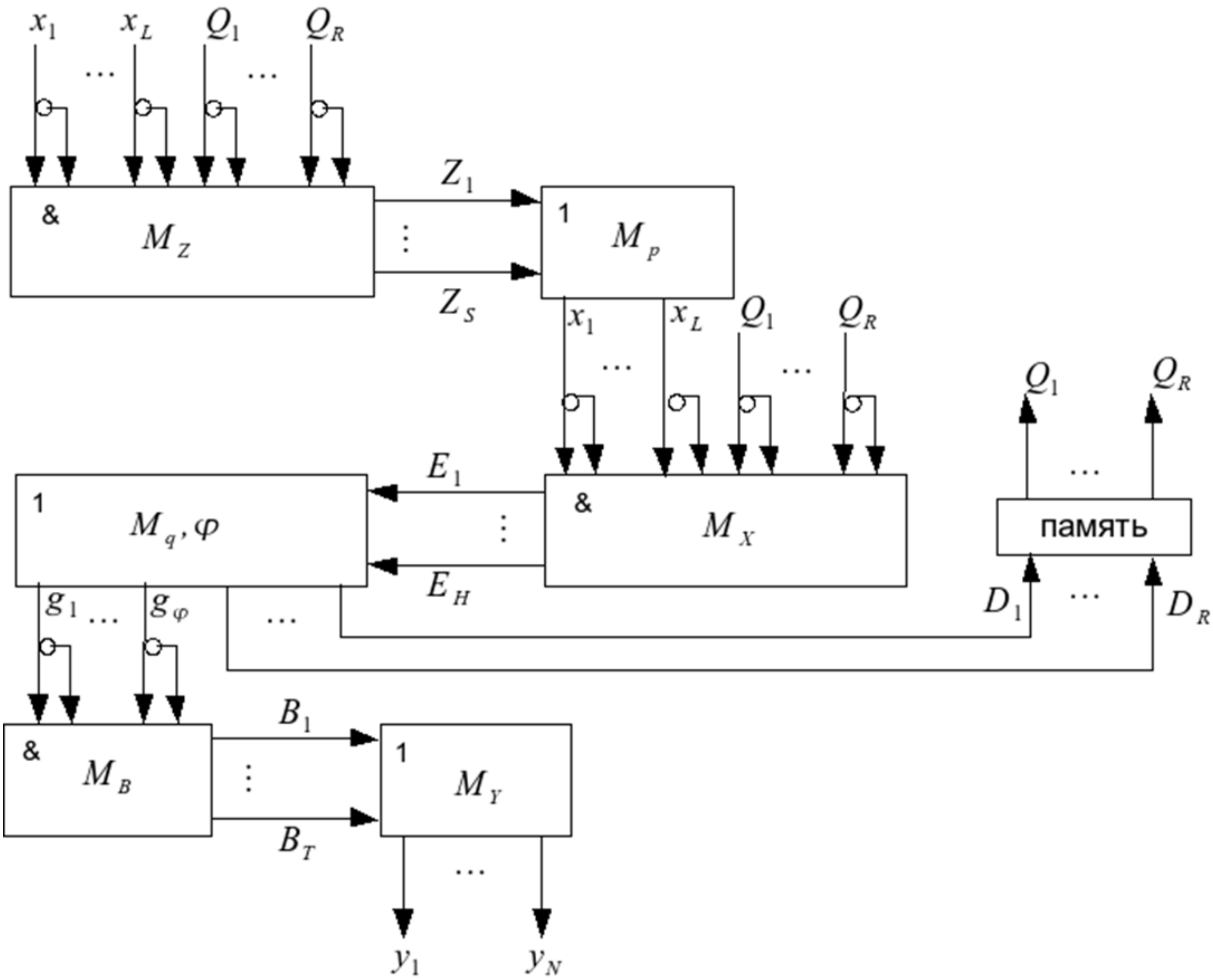
$\{y_{10}, y_{12}\} \in Y_5,\ Y_6;\ \{y_{10}, y_{12}\} \in B_5 \vee B_6 = g_3.$







Если выражение типа (*) склеиваются в одну конъюнкцию (см. пример), то матрица M_y исчезнет, а матрица M_B, как правило, упрощается. Склеивание зависит, в первую очередь, от кодирования. Следовательно, микрокоманды надо кодировать так, чтобы максимальное число выражений в системе (*) склеивалось в одну конъюнкцию.


x_1
x_L
Q_1
Q_R
&
M_Z
Z_1
Z_S
1
M_p
x_1
x_L
Q_1
Q_R
Q_1
Q_R
1
M_q, φ
E_1
E_H
&
M_X
память
D_1
D_R
g_1
g_φ
&
M_B
B_1
B_T
1
M_Y
y_1
y_N