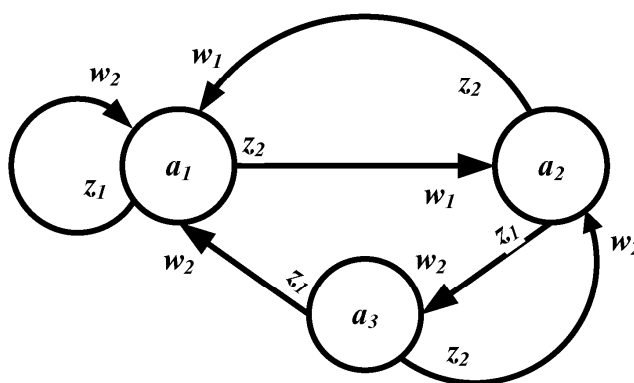


ТЕОРИЯ АВТОМАТОВ

Материал для практических заданий, разработанный для самостоятельного освоения в условиях удаленной системы обучения

часть 8



Материал для проведения практических занятий по одному из основных разделов дисциплины “Теория автоматов” – “Логические основы цифровых автоматов”.

Целью занятий является практическое закрепление знаний о формах представления и методах преобразования логических функций, а также методике синтеза комбинационных схем.

Каждое практическое занятие включает в себя постановку цели занятия, краткий теоретический материал по теме, характерные примеры, контрольные вопросы и упражнения для самостоятельной работы.

До проведения занятия студент должен уяснить его цель и ответить на контрольные вопросы. Во время занятия разбираются примеры и выполняются упражнения по вариантам. Контроль знаний проводится по результатам ответов на контрольные вопросы и выполнения упражнений.

КИБЕРНЕТИЧЕСКИЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ С ПРОСТЕЙШИМИ ДИСКРЕТНЫМИ УСТРОЙСТВАМИ часть 1.

1.1 Эксперименты с устройствами, имеющими один вход и один выход

Представим дискретное устройство (с одним входом и одним выходом), которое одновременно является комбинационным автоматом, в виде «черного ящика» (рис. 1.1).

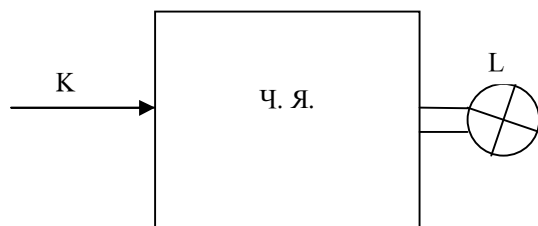


Рис.1.1 - Черный ящик с одним входом и одним выходом

Поясним, в чем заключается сущность «черного ящика». Данное понятие широко используется в науке и технике. По существу «черным ящиком» является любой объект или процесс, о котором мы судим на основе его внешних свойств, не имея возможности (или желания) непосредственно исследовать его внутреннюю структуру. Метод «черного ящика» используют для изучения поведения сложных систем, то есть для установления законов их функционирования. Только после нахождения закона функционирования можно создать более или менее удачную гипотезу о внутреннем устройстве «черного ящика». Это делается путем подачи (мысленной или реальной) различных типов воздействий на входной канал с тем, чтобы элементы «черного ящика» воспринимали эти воздействия и проявляли свою реакцию на них путем изменения сигналов на выходном канале.

Таким способом обнаруживаются элементы исследуемого объекта или процесса, а сам процесс их обнаружения называют экспериментом над «черным ящиком» или экспериментом над автоматом. Результаты таких экспериментов тщательно фиксируются и затем анализируются на предмет выявления функциональных взаимосвязей между входными (испытательными) воздействиями и выходными (проявляющими результат) элементами «черного ящика».

В принципе может быть построено неограниченное число внутренних структур, приводящих к данному конкретному типу соответствий между входом и выходом, но это уже не произвольные структуры, а вполне определенный их класс. Если же предположить, что внутри «черного ящика» скрыта простейшая из структур данного класса, то все возможные структуры сводятся либо к ограниченному их количеству, либо к их единственной структуре.

Напомним, что комбинационным автоматом называют автомат, у которого одно внутреннее состояние. Вследствие этого функции перехода у него отсутствуют. Любой комбинационный автомат характеризуется только функцией выхода. Комбинационные автоматы часто называют n - k – полюсниками, где n – число входов, а k – число выходов. Если $k = 1$ комбинационный автомат называют – одновыходным, если $k > 1$ его называют – многовыходным.

Для дискретного комбинационного автомата характерно то, что входные и выходные алфавиты имеют всего два символа:

$$x = \{0, 1\}; y = \{0, 1\}.$$

Вернемся к черному ящику с одним входом и одним выходом (рис.1.1). Условимся, что буквой K мы будем обозначать первый элемент – кнопку, а буквой L второй – лампочку. Из проведенного опыта мы обнаружили, что элементы в исследуемой системе имеют по два состояния (кнопка нажата – не нажата, лампочка горит – не горит).

Цифра 1 обозначает воздействие (кнопка нажата) или результат (лампочка горит). Цифра 0 обозначает отсутствие воздействия (кнопка не нажата) или отсутствие результата

(лампочка не горит). Тогда таблица результатов эксперимента может иметь следующий вид (табл.1.1):

Таблица 1.1

К	L
1	1
0	0

Иначе говоря, читая горизонтальные строчки цифр, мы видим, что когда $K=1$ (кнопка нажата), то и $L=1$ (лампочка горит). Если же $K=0$ (кнопка не нажата), то $L=0$ (лампочка не горит). В математической логике этот тип связи записывается так: $L=K$, что означает «L связано с K операцией утверждения» или иначе – функция повторяет значение аргумента.

Нетрудно догадаться, что может быть внутри такого черного ящика: он может содержать контактную переключатель Р, которая при нажатии кнопки замыкает электрическую цепь, и источник питания для поддержания тока лампочки, например батарейку Е (рис. 1.2). Проверим, что наша догадка не противоречит протоколу наблюдений.

Тогда очевидно, что лампочка может загораться в нашей схеме только, когда контактная переключатель Р прижата к контактам.

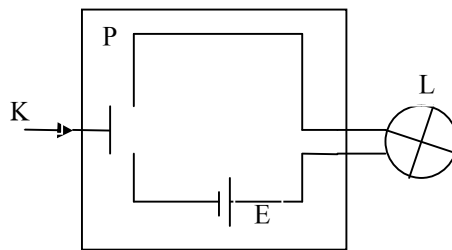


Рис. 1.2 - Схема раскрытого «черного ящика»

Следовательно, связь между состоянием Р и поведением лампочки может быть записана как $L=P$.

Но также очевидно, что контактная переключатель Р лишь тогда, прижимаясь, замыкает контакты, когда нажата кнопка К. Значит, $P=K$. Отсюда и следует, что $L=P=K$, т. е. $L=K$, что и отражено в таблице истинности.

Проведем еще один эксперимент. Исходные условия те же: «черный ящик» имеет кнопку К и лампочку L. Однако когда мы подошли к ящику, лампочка уже горела, а как только нажали кнопку, она погасла. Отпустили кнопку – лампочка снова загорелась. Следовательно, таблица результатов наблюдения за этим черным ящиком принимает иной вид (табл. 1.2):

Таблица 1.2

К	L
1	0
0	1

При $K=1$ (кнопка нажата) $L=0$ (лампочка не горит), а при $K=0$ (кнопка не нажата) $L=1$ (лампочка горит). Следовательно, лампочка ведет себя «наоборот» по отношению к кнопке, она отрицательно реагирует на ее воздействия. Этот тип связи между воздействием и результатом называется в логике отрицанием и условно записывается следующим образом:

$$L = \bar{K} .$$

Черта над буквой \bar{K} и говорит о том, что если $K=1$, то $\bar{K} = L = 0$ и наоборот. Следовательно, в логике $\bar{1} = 0$; $\bar{0} = 1$. Операцию отрицания нередко называют в логике инверсией, а схему, обеспечивающую выполнение этой операции, в технике часто называют «схемой НЕ» или «инвертор».

Нетрудно догадаться и о возможном внутреннем устройстве рассмотренного черного ящика (рис. 1.3).

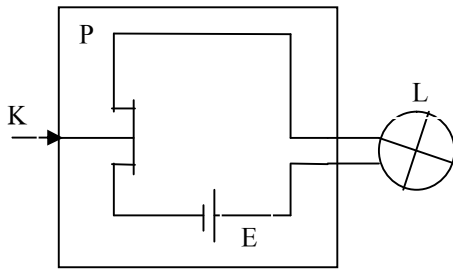


Рис. 1.3 - Схема раскрытого черного ящика (схема НЕ)

Когда кнопку К нажимают, контактная перемычка Р отходит от контактов, электрическая цепь размыкается и лампочка L гаснет. Рассуждая, как и прежде, получаем: $L=P$; $P = \bar{K}$, следовательно, $L=P=\bar{K}$ или $L=\bar{K}$. Другими словами, действительно, данный вариант схемы удовлетворяет таблице истинности (табл.1.2) логического отношения «отрицание».

Рассмотрим еще два эксперимента над комбинационными автоматами с одним входом и одним выходом. Исходные условия те же: черный ящик имеет кнопку К и лампочку L. Однако когда мы подошли к ящику, лампочка не горела, мы нажали кнопку, лампочка снова не горит. Отпустили кнопку – лампочка снова не горит. Следовательно, таблица результатов наблюдения за этим черным ящиком принимает иной вид (табл.1.3):

Таблица 1.3

К	L
1	0
0	0

При $K=1$ (кнопка нажата) $L=0$ (лампочка не горит), а также при $K=0$ (кнопка не нажата) $L=0$ (лампочка снова не горит). Следовательно, лампочка вообще не реагирует на положение кнопки. Этот тип связи между воздействием и результатом называется в логике константой нуля или генератором нуля и условно записывается следующим образом:

$$L = \text{const } 0$$

Следовательно, независимо от состояния входа на выходе будет 0.

Рассмотрим последний эксперимент. Исходные условия те же: черный ящик имеет кнопку К и лампочку L. Однако когда мы подошли к ящику, лампочка уже горела, мы нажали кнопку, лампочка все равно горит. Отпустили кнопку – лампочка горит. Следовательно, таблица результатов этого эксперимента принимает иной вид (табл.1.4):

Таблица 1.4

К	L
1	1
0	1

При $K=1$ (кнопка нажата) $L=1$ (лампочка горит), а также при $K=0$ (кнопка не нажата) $L=1$ (лампочка снова горит). Следовательно, лампочка вообще не реагирует на положение кнопки. Этот тип связи между воздействием и результатом называется в логике константой единицы или генератором единицы и условно записывается следующим образом:

$$L = \text{const } 1$$

Следовательно, независимо от состояния входа на выходе будет 1.

1.2 Эксперименты с устройствами, имеющими два входа и один выход

Представим дискретное устройство с двумя входами и одним выходом в виде «черного ящика» (рис. 1.4).

Рассмотрим исследуемую установку, исходные условия те же: черный ящик имеет кнопку К и лампочку L, только в данном случае лампочка должна загораться в определенный момент времени, задаваемый значением переменной С.

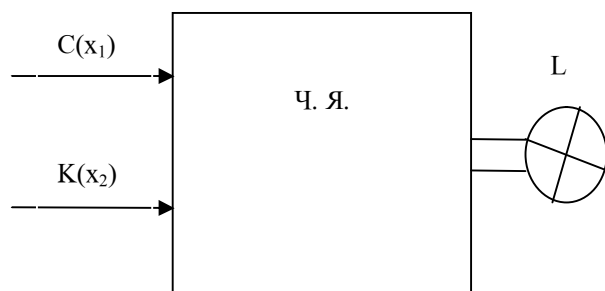


Рис. 1.4 - Черный ящик с двумя входами и одним выходом

Условимся, что если $C=1$, то момент времени, когда лампочка должна загореться настал, а если $C=0$ лампочка по времени не должна гореть. Из проведенного опыта мы обнаружили, что элементы в исследуемой системе имеют по два состояния (кнопка нажата – не нажата, лампочка горит – не горит, момент времени настал - не настал).

Цифра 1 обозначает воздействие (кнопка нажата, момент времени загорания лампочки настал) или результат (лампочка горит). Цифра 0 обозначает отсутствие воздействия (кнопка не нажата, момент времени загорания лампочки не настал) или отсутствие результата (лампочка не горит). Тогда таблица результатов эксперимента будет иметь вид (табл.1.5):

Таблица 1.5

К	С	L
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Из таблицы 1.5 видно, что дискретное устройство дает на выходе логическую 1 ($L = 1$ – лампочка горит) только в одном единственном случае: на входе $K = 1$ и на входе $C = 1$, т.е. должны выполняться два условия, кнопка должна быть нажата и сигнал загорания лампочки тоже должен поступить.

Из таблицы 1.5 видно также, что количество всех возможных экспериментов над таким автоматом уже достаточно значительно, а именно 16. Для общности дальнейших рассуждений каждую входную переменную будем обозначать как x_i , а выходную – как F.

Эксперименты проводятся с каждым дискретным устройством по очереди, а результаты этих экспериментов записываются в таблицу. Тогда результаты всех возможных экспериментов можно свести в сводную таблицу 1.6.

Таблица 1.6

Сводная таблица результатов экспериментов исследования дискретного устройства с двумя входами и одним выходом.

x_1	x_2	F ₀	F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	F ₅	F ₆	F ₇	F ₈	F ₉	F ₁₀	F ₁₁	F ₁₂	F ₁₃	F ₁₄	F ₁₅
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

В таблице 1.7 представлены те же самые 16 логических функций, их наименование и математическое выражение языком алгебры логики.

Таблица 1.7

Сводная таблица логических функций двух аргументов.

Аргументы и функции	Значения аргументов				Наименование функций	Запись функций	
	0	0	1	1		Специальные обозначения	В ДНФ или КНФ
x_1	0	0	1	1	Константа 0	$F_0 = 0$	$F_0 = 0$
x_2	0	1	0	1			
F_0	0	0	0	0			

Продолжение таблицы 1.7

F_1	0	0	0	1	Конъюнкция, логическое умножение И	$*, \&, И$	$F_1 = x_1 * x_2$
F_2	0	0	1	0	Запрет по x_2	$x_1 \leftarrow x_2$	$F_2 = x_1 * \overline{x_2}$
F_3	0	0	1	1	Повторитель x_1	$F_3 = x_1$	$F_3 = x_1$
F_4	0	1	0	0	Запрет по x_1	$x_2 \leftarrow x_1$	$F_4 = \overline{x_1} * x_2$
F_5	0	1	0	1	Повторитель x_2	$F_5 = x_2$	$F_5 = x_2$
F_6	0	1	1	0	Исключающее ИЛИ; сумма по модулю два	$=1$	$F_6 = x_1 \overline{x_2} + \overline{x_1} x_2$
F_7	0	1	1	1	Дизъюнкция, лог. сложение, ИЛИ	$F_7 = x_1 + x_2$	$F_7 = x_1 + x_2$

Продолжение таблицы 1.7

F ₈	1	0	0	0	Стрелка Пирса, ИЛИ-НЕ	$F_8 = x_1 \downarrow x_2$	$F_8 = \overline{x_1 * x_2}$
F ₉	1	0	0	1	Эквиваленция или равнозначность	$F_9 = x_1 \infty x_2$	$F_9 = x_1 x_2 + \overline{x_1 x_2}$
F ₁₀	1	0	1	0	Инверсия x_2	$F_{10} = \overline{x_2}$	$F_{10} = \overline{x_2}$
F ₁₁	1	0	1	1	Импликация от x_2 к x_1	$F_{11} = x_2 \rightarrow x_1$	$F_{11} = \overline{x_2} + x_1$
F ₁₂	1	1	0	0	Инверсия x_1	$F_{12} = \overline{x_1}$	$F_{12} = \overline{x_1}$
F ₁₃	1	1	0	1	Импликация от x_1 к x_2	$F_{13} = x_1 \rightarrow x_2$	$F_{13} = x_2 + \overline{x_1}$
F ₁₄	1	1	1	0	Штрих Шеффера, И - НЕ	$F_{14} = x_1 / x_2$	$F_{14} = \overline{x_1 * x_2}$
F ₁₅	1	1	1	1	Константа 1	$F_{15} = 1$	$F_{15} = 1$

Задание :

Придумать схемы дискретных устройств, поведение которых можно описать одной из шестнадцати логических функций из таблицы 1.6. и дать им характеристику (словами и с помощью таблицы результатов экспериментов).

Контрольные вопросы:

- 1.1 Сущность метода «черного ящика».
- 1.2 Как построить таблицу экспериментов?
- 1.3 Что такое комбинационный автомат?
- 1.4 Когда можно создать более или менее удачную гипотезу о внутреннем устройстве «черного ящика»?