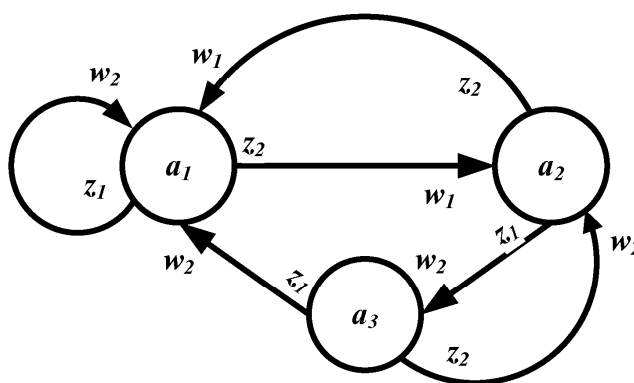


ТЕОРИЯ АВТОМАТОВ

Материал для практических заданий, разработанный для самостоятельного освоения в условиях удаленной системы обучения

часть 4



Материал для проведения практических занятий по одному из основных разделов дисциплины “Теория автоматов” – “Логические основы цифровых автоматов”.

Целью занятий является практическое закрепление знаний о формах представления и методах преобразования логических функций, а также методике синтеза комбинационных схем.

Каждое практическое занятие включает в себя постановку цели занятия, краткий теоретический материал по теме, характерные примеры, контрольные вопросы и упражнения для самостоятельной работы.

До проведения занятия студент должен уяснить его цель и ответить на контрольные вопросы. Во время занятия разбираются примеры и выполняются упражнения по вариантам. Контроль знаний проводится по результатам ответов на контрольные вопросы и выполнения упражнений.

4. Практическое занятие №4. Минимизация логических функций по картам Карно

Минимизация ЛФ необходима для построения комбинационных схем цифровых автоматов минимальной сложности.

Минимизация ДНФ и КНФ по картам Карно представляет собой процесс, аналогичный минимизации ЛФ, представленных в аналитическом виде с использованием правил преобразования формул, рассмотренных на практическом занятии № 2, в частности, правил склеивания.

Известно, что каждая клетка карты Карно, заполненная единицей, соответствует элементарной конъюнкции r -го ранга. Двум соседним клеткам карты Карно, расположенным в одном столбце или строке, заполненными единицами, соответствуют ЭК, отличающиеся лишь в одном разряде. К этим клеткам можно применить правило склеивания. Область (покрытие), соответствующая этим двум клеткам, называется смежной и может быть аналитически описана ЭК ранга $(r-1)$, в которой отсутствует элемент (x) , меняющий своё значение при переходе из одной клетки в другую. Если покрытие включает в себя $2^1, 2^2$ или же любое другое число клеток, равное 2^m , то ЭК, описывающие это покрытие, содержит число элементов входного набора, равное $n - m$. Покрытие на карте Карно обводится контуром. Аналогично определяются контуры при минимизации КНФ.

Процесс минимизации ДНФ (КНФ) ЛФ может быть описан следующим алгоритмом:

- 1) определить множество возможных покрытий карты Карно;
- 2) из этого множества последовательно в порядке убывания m выделяем контурами покрытие до тех пор, пока не “покроем” все клетки карты Карно;
- 3) оптимизируем покрытие, руководствуясь следующим принципом: необходимо наименьшим числом контуров, каждый из которых охватывает как можно большую область смежных клеток, “покрыть” все клетки, содержащие единицы (или нули);
- 4) определим вид тупиковой ДНФ (КНФ). Для этого определяем дизъюнкцию (конъюнкцию) ЭК (ЭД) по следующему правилу: переменная x включается в ЭК (ЭД) в прямом виде, если эта переменная имеет значение 1 (0) на всех клетках области. Соответственно, переменная x включается в ЭК (ЭД) в инверсном виде, если эта переменная имеет значение 0 (1) на всех клетках области.

В результате минимизации возможно получение нескольких ТДНФ (ТКНФ) одинаковой сложности.

При минимизации частичных ЛФ на карте Карно первоначально в клетках, соответствующих неопределённым наборам ЛФ, ставится прочерк. При определении контуров покрытия в зависимости от необходимости эти клетки доопределяются единицами или нулями. В остальном процесс минимизации аналогичен процессу для полностью определенных ЛФ.

Изучение способов минимизации рассмотрим на примерах.

4.1. Построение минимальных ДНФ

1) Пусть СДНФ ЛФ имеет вид:

$$Y = \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} \vee x_1 x_2 \overline{x_3} \vee \overline{x_1} x_2 x_3$$

Составим карту Карно для данной функции.

$X_2 X_3$	00	01	11	10
X_1	0	0	1	0
1	1	1	1	0

Рисунок 4.1 – Карта Карно для примера 1

Тогда МДНФ данной функции будет иметь вид:

$$Y = \overline{x_1} \overline{x_2} \vee x_2 x_3$$

2) Пусть СДНФ ЛФ имеет вид:

$$Y = \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 x_4 \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} x_4 \vee \overline{x_1} x_2 x_3 \overline{x_4} \vee \overline{x_1} x_2 x_3 x_4 \vee \overline{x_1} x_2 x_3 \overline{x_4} \vee \overline{x_1} x_2 x_3 x_4 \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \vee x_1 \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \vee x_1 \overline{x_2} x_3 x_4 \vee x_1 x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} \vee x_1 x_2 \overline{x_3} x_4 \vee x_1 x_2 x_3 \overline{x_4} \vee x_1 x_2 x_3 x_4$$

Составим карту Карно для данной функции.

$X_3 X_4$	00	01	11	10
$X_1 X_2$	00	0	1	1
01	0	1	1	1
11	1	1	0	0
10	1	0	0	1

Рисунок 4.2 – Карта Карно для примера 2

МДНФ данной функции имеет вид:

$$Y = \overline{x_2} \overline{x_4} \vee \overline{x_1} x_3 \vee \overline{x_1} x_2 x_4 \vee x_1 x_2 \overline{x_3}$$

4.2 Построение минимальных КНФ

1) Пусть СКНФ ЛФ имеет вид:

$$Y = (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \cdot (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \cdot (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \cdot (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3)$$

На рисунке 4.3 представлена карта Карно для данной СКНФ.

$X_2 X_3$	00	01	11	10
X_1				
0	1	0	1	1
1	1	0	0	0

Рисунок 4.3 – Карта Карно для примера 1

Минимизация СКНФ позволила получить следующую минимальную форму ЛФ:

$$Y = (\overline{x_1} \vee \overline{x_2}) \cdot (x_2 \vee \overline{x_3})$$

2) пусть СКНФ ЛФ имеет следующий вид:

$$Y = (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4) \cdot (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4}) \cdot (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4}) \cdot (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4}) \cdot (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4) \cdot (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4}) \cdot (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4})$$

На рисунке 4.4 представлена карта Карно для данной СКНФ.

$X_3 X_4$	00	01	11	10
$X_1 X_2$				
00	0	1	1	1
01	0	1	1	0
11	1	1	0	0
10	1	0	0	1

Рисунок 4.4 – Карта Карно для примера 2

Минимизация СКНФ позволила получить следующую минимальную форму ЛФ:

$$Y = (x_1 \vee x_3 \vee x_4) \cdot (\overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4) \cdot (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \cdot (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_4})$$

4.3 Минимизация не полностью определенных ЛФ

Пусть ЛФ задана списками единичных и нулевых наборов соответственно:

$$Y = \underset{\vee}{\mathbf{1}} (4, 6, 7, 8, 13, 14),$$

$$Y = \underset{\wedge}{\mathbf{0}} (0, 3, 5, 11, 15)$$

Покрытие карты Карно для построения МДНФ и МКНФ представлены на рисунке 4.5 “а” и “б” соответственно.

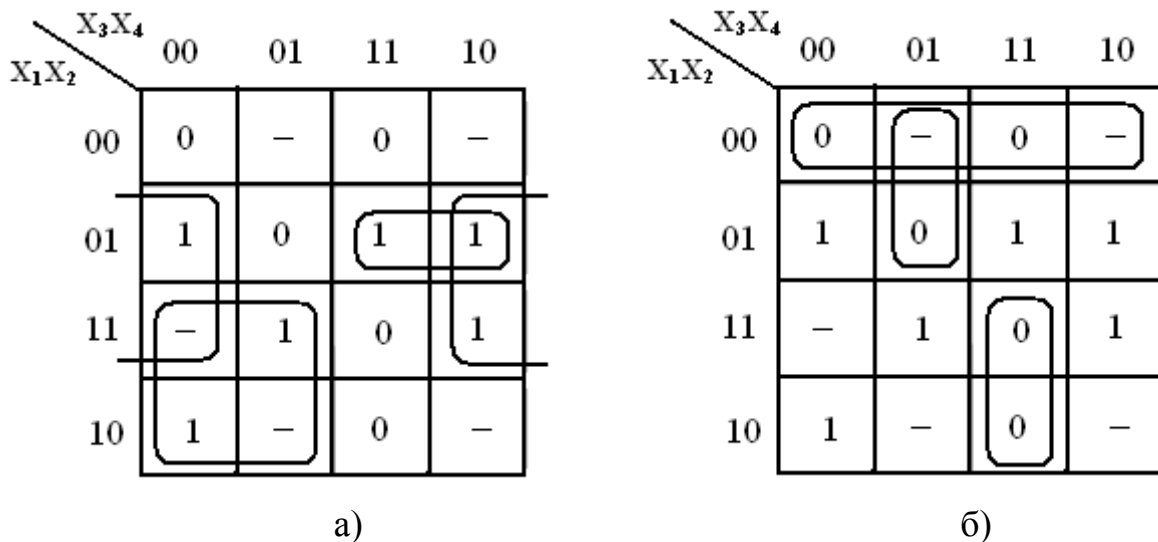


Рисунок 4.5 – Покрытие карты Карно

МДНФ и МКНФ ЛФ имеют соответственно следующий вид:

$$Y = x_2 \overline{x_4} \vee x_1 \overline{x_3} \vee \overline{x_1} x_2 x_3;$$

$$Y = (x_1 \vee x_2) \cdot (x_1 \vee x_3 \vee \overline{x_4}) \cdot (\overline{x_1} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4})$$

Контрольные вопросы

1. Изложите основные правила минимизации ЛФ с применением карты Карно.
2. Укажите особенности минимизации не полностью определенных ЛФ.

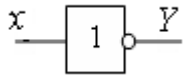
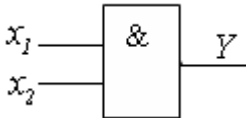
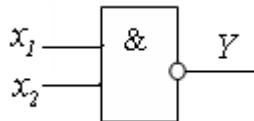
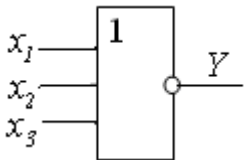
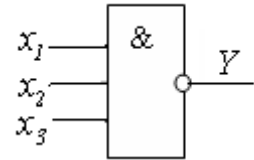
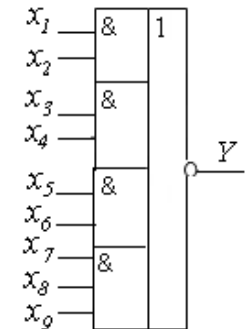
Упражнение № 4

1. С помощью карты Карно минимизировать ЛФ, заданные в упражнении №1.
2. Минимизировать с применением карты Карно следующие пары ЛФ, заданные соответственно списками единичных и нулевых наборов:

1. (2, 5, 8, 10, 12), (1, 3, 6, 11, 15);
2. (0, 4, 8, 13, 14), (2, 3, 5, 7, 9, 11, 15);
3. (1, 2, 3, 7, 8, 9), (4, 5, 6, 10, 11, 12, 15);
4. (0, 5, 10, 15), (2, 7, 8, 13);
5. (0, 1, 5, 7, 8, 9, 14, 15), (4, 6, 12, 14);
6. (0, 2, 8, 10), (1, 3, 4, 6, 9, 12, 13, 14);
7. (3, 5, 7, 9, 11, 14), (0, 2, 4, 6, 12, 15);
8. (1, 2, 4, 5, 8, 9), (6, 7, 10, 12, 14, 15);
9. (2, 3, 11, 13, 15), (4, 5, 8, 10, 12, 14, 15);
10. (1, 3, 7, 8, 9, 11, 13), (4, 5, 6, 10, 12, 15);
11. (3, 7, 8, 9, 13, 14), (4, 5, 6, 10, 11, 12, 15);
12. (4, 5, 6, 10, 11, 12, 15), (1, 2, 3, 7, 8, 9);
13. (2, 3, 5, 7, 9, 11, 15), (0, 4, 8, 13, 14);
14. (4, 6, 12, 14), (0, 1, 5, 7, 8, 9, 14, 15);
15. (4, 5, 8, 10, 12, 14, 15), (2, 3, 11, 13, 15).

Приложение А
(справочное)

Таблица А.1 – Обозначение логических элементов в схемах

Наименов. ИМС		Функциональное назначение	Реализация ЛФ	Графическое изображение ЛЭ	K _{об}	t _{зад.ус.ед.}
K155	K561					
ЛН1	ЛН2	6 логических элементов НЕ (инвертор)	$Y = \bar{x}$		1/6	1
ЛИ1		4 логических элемента 2И (конъюнктор)	$Y = x_1 x_2$		1/4	1
ЛА3	ЛА7	4 логических элемента 2И-НЕ (конъюнктор с инвертором)	$Y = \overline{x_1 x_2}$		1/4	1
	ЛЕ10	3 логических элемента 3ИЛИ-НЕ (дизъюнктор с инвертором)	$Y = \overline{x_1 \vee x_2 \vee x_3}$		1/3	1
ЛА4	ЛА9	3 логических элемента 3И-НЕ	$Y = \overline{x_1 x_2 x_3}$		1/3	1
ЛР3		Логический элемент 2-2-2-3И-4ИЛИ-НЕ	$Y = \overline{x_1 x_2 \vee x_3 x_4 \vee x_5 x_6 \vee x_7 x_8}$		1	1.53