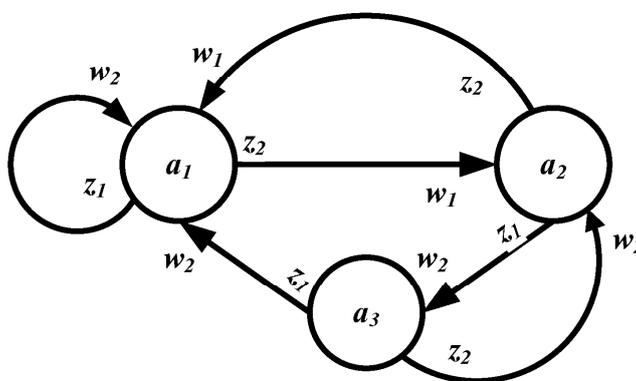


ТЕОРИЯ АВТОМАТОВ

Материал для практических заданий, разработанный для самостоятельного освоения в условиях удаленной системы обучения

часть 3



Материал для проведения практических занятий по одному из основных разделов дисциплины “Теория автоматов” – “Логические основы цифровых автоматов”.

Целью занятий является практическое закрепление знаний о формах представления и методах преобразования логических функций, а также методике синтеза комбинационных схем.

Каждое практическое занятие включает в себя постановку цели занятия, краткий теоретический материал по теме, характерные примеры, контрольные вопросы и упражнения для самостоятельной работы.

До проведения занятия студент должен уяснить его цель и ответить на контрольные вопросы. Во время занятия разбираются примеры и выполняются упражнения по вариантам. Контроль знаний проводится по результатам ответов на контрольные вопросы и выполнения упражнений.

3. Практическое занятие №3. Метод минимизации Квайна и Мак-Класки

Метод получения тупиковых дизъюнктивных нормальных форм ЛФ, разработанный Квайном и усовершенствованный Мак-Класки, включает четыре основных этапа:

- 1) нахождение всех простых импликант;
- 2) построение таблицы покрытий матрицы Квайна;
- 3) поиск минимального покрытия функции;
- 4) отыскание минимальной формы логической функции.

3.1 Нахождение всех простых импликант

Поиск простых импликант осуществляется последовательным применением операции склеивания к элементарным конъюнкциям СДНФ с целью понижения ранга.

Для удобства склеивания обычно все элементарные конъюнкции ДНФ кодируются n – разрядным троичным кодом: если переменная входит в ЭК в прямом виде, то в коде ей соответствует 1, в инверсном – 0, если переменная отсутствует – Z (или прочерк “-”). Число единиц и нулей в коде определяет его ранг.

Каждый этап выполняется последовательно по шагам.

1. На первом шаге исходное множество ЭК разбивается на группы с одинаковым числом единиц. Нулевая группа включает код, не содержащей единиц (если такой имеется). Первая группа включает коды, содержащие по одной единице, вторая – по две и т.д.

2. Затем попарно сравниваются между собой все коды соседних групп, т.е. коды нулевой группы “склеиваются” с кодами первой группы, коды первой группы – с кодами второй группы и так далее. Операция “склеивания” возможна лишь для пары кодов, различающихся только в одном разряде: пара “склеиваемых” кодов заменяется одним кодом меньшего ранга, имеющим Z (или прочерк “-”) в этом разряде.

Например пара кодов $0\ 1\ 0\ Z$ и $1\ 1\ 0\ Z$ заменяется интервалом $Z\ 1\ 0\ Z$.

3 Все коды, участвующие в операции “склеивания”, отмечаются (например звездочкой “*” или буквой n), так как они поглощаются полученным кодом. Один и тот же код можно “склеивать” несколько раз. В результаты операции “склеивания”, проведенных над кодами групп r -ого ранга получаем производные группы $(r - 1)$ - ого ранга, коды которых подвергаются аналогично операции склеивания до тех пор, пока не останутся коды, не допускающие операции “склеивания”, т.е. неотмеченные коды. Совокупность неотмеченных кодов, соответствует совокупности простых импликант, образующих сокращенную дизъюнктивную нормальную форму ЛФ.

3.2 Построение таблицы покрытий матрицы Квайна

Таблица покрытий строится следующим образом.

Строки таблицы соответствуют простым импликантам (неотмеченным кодам), полученным на первом шаге первого этапа, а столбцы – элементарным конъюнкциям из СДНФ. На пересечение i -ой строки и j -ого столбца ставится 1, если i -я импликанта покрывает j -ю ЭК из СДНФ.

3.3 Поиск минимального покрытия функции

Для нахождения минимального покрытия функции необходимо удалить из таблицы лишние простые импликанты (строки). Для этого в методе Квайна и Мак-Класски применяется следующий алгоритм:

1) если в каком-либо столбце таблицы покрытий имеется только одна единица, то импликанта, стоящая в соответствующей строке является существенной (обязательной) и должна входить в минимальное покрытие, поскольку не используя её, невозможно покрыть все конституенты;

2) поглощение лишних столбцов (сжатие по столбцам). Из таблицы удаляется тот столбец, в который полностью входит в любой другой столбец. Если в таблице покрытий имеется такая пара столбцов a_i и a_j , что $a_i \subseteq a_j$, то столбец a_j удаляется, т.к. покрытие этого столбца может производиться путём покрытия оставшегося столбца;

3) поглощение лишних строк (сжатие по строкам). Если в таблице покрытий имеется такая пара строк a_i и a_j , что $a_j \subseteq a_i$, то строка a_j удаляется, т.к. она поглощается строкой a_i ;

4) последовательное применение двух преобразований (сжатие по столбцам и строкам).

3.4 Получение минимальной формы ЛФ

Простые импликанты, соответствующие строкам, которые входят в минимальное покрытие, соединяются знаками дизъюнкции и образуют минимальную дизъюнктивную нормальную форму булевой функции.

Рассмотрим применение метода Квайна и Мак-Класски на примере. Пусть ЛФ содержит восемь элементов четвёртого ранга:

$$Y = \overline{x_1 x_2 x_3 x_4} \vee \overline{x_1 x_2 x_3} x_4 \vee \overline{x_1 x_2} x_3 x_4 \vee \overline{x_1} x_2 x_3 x_4 \vee \overline{x_1} x_2 x_3 \overline{x_4} \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} x_4 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 x_4 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} x_4$$

Процесс склеивания кодов представлен в таблице 3.1

Таблица 3.1 - Процесс склеивания кодов

Коды 4 – го ранга	Коды 3 – го ранга	Коды 2 - ранга
0 0 0 0 n	0 0 Z 0	
0 0 1 0 n	Z 0 0 0	
1 0 0 0 n	0 0 1 Z	
0 0 1 1 n	0 Z 1 1 n	
0 1 0 1 n	Z 0 1 1 n	
0 1 1 1 n	0 1 Z 1	Z Z 1 1
1 0 1 1 n	Z 1 1 1 n	Z Z 1 1
1 1 1 1 n	1 Z 1 1 n	

После склеивания неотмеченными остались шесть кодов:

0 0 Z 0, Z 0 0 0, 0 0 1 Z, 0 1 Z 1, Z Z 1 1, Z Z 1 1

Два одинаковых кода 2-ого ранга заменяются одним.

В таблице 3.2 представлена импликантная таблица и показан процесс поиска минимального покрытия ЛФ.

Таблица 3.2 - Процесс поиска минимального покрытия ЛФ

N	1	2	3	4	5	6	7	8
x_1	0	0	0	0	0	1	1	1
x_2	0	0	0	1	1	0	0	1
x_3	0	1	1	0	1	0	1	1
x_4	0	0	1	1	1	0	1	1
1	00Z0	1	1					
2	Z000	1				1		
3	001Z		1	1				
4	01Z1				1	1		
5	ZZ11			1		1	1	1

В таблице 3.2 столбцы 4, 6, 7 и 8 содержат по одной единице, поэтому соответственно импликанты строк 4, 2 и 5 являются существенным (обязательным) и включаются в искомую МДНФ.

Используя правило сжатия по столбцам, удалим столбец 5, т.к. он включает в себя столбец 4 и столбец 3. Аналогично – столбец 1, т.к. он включает в себя столбец 6 и столбец 2. Столбец 8, т.к. он включает в себя столбец 7.

После этих преобразований получим следующую таблицу импликант.

Таблица 3.3 – Таблица импликант

		N	
		2	3
x ₁		0	0
x ₂		0	0
x ₃		1	0
x ₄		0	0
1	0 0 Z 0	1	
3	0 0 1 Z	1	1

Используя правило сжатия по строкам, удалим строку 1, т.к. она входит в строку 3. При этом получим последнюю импликанту МДНФ 0 0 1 Z.

Таким образом определили состав МДНФ:

$$Y = \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \vee \overline{x_1} x_2 x_4 \vee x_3 x_4$$

Контрольные вопросы

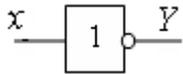
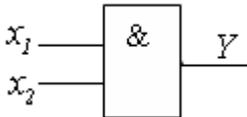
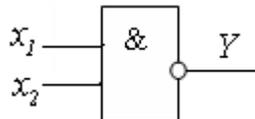
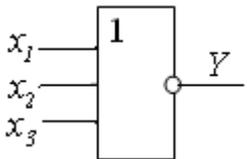
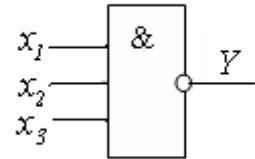
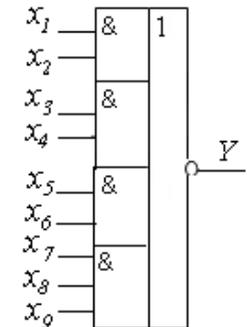
- 1 В чём заключается сущность метода Квайна и Мак-Класски?
- 2 Перечислить этапы минимизации ЛФ по методу Квайна и Мак-Класски.

Упражнение №3

- 1 Найти методом Квайна и Мак-Класски минимальную ДНФ ЛФ, полученную в упражнении №1.
- 2 Минимизировать СКНФ ЛФ, полученную при выполнении упражнения №1.

Приложение А
(справочное)

Таблица А.1 – Обозначение логических элементов в схемах

Наименов. ИМС		Функциональное назначение	Реализация ЛФ	Графическое изображение ЛЭ	K _{об}	t _{зад.ус.ед.}
K155	K561					
ЛН1	ЛН2	6 логических элементов НЕ (инвертор)	$Y = \bar{x}$		1/6	1
ЛИ1		4 логических элемента 2И (конъюнктор)	$Y = x_1 x_2$		1/4	1
ЛА3	ЛА7	4 логических элемента 2И-НЕ (конъюнктор с инвертором)	$Y = \overline{x_1 x_2}$		1/4	1
	ЛЕ10	3 логических элемента 3ИЛИ-НЕ (дизъюнктор с инвертором)	$Y = \overline{x_1 \vee x_2 \vee x_3}$		1/3	1
ЛА4	ЛА9	3 логических элемента 3И-НЕ	$Y = \overline{x_1 x_2 x_3}$		1/3	1
ЛР3		Логический элемент 2-2-2-3И-4ИЛИ-НЕ	$Y = \overline{x_1 x_2 \vee x_3 x_4 \vee x_5 x_6 \vee x_7 x_8}$		1	1.53