1.1.09. Матричные операции

Лекция

Создание матриц

Матрицы можно создавать вручную. Порядок ручного ввода элементов таков:

```
A = [1 2 3;4 5 6]
B = [1 2;3 4;5 6]
```

A

1	2	3
4	5	6

B

1	2
3	4
5	6

```
A = [1 2 3; 4 5 6]
```

```
A = 2×3
     1     2     3
     4     5     6
```

Все строки должны иметь одинаковое количество компонент:

```
C = [1 2 3;4 5;7 8 9]    % No!
C = [1 2 3;4 5 ;7 8 9]   % No!
```

1	2	3
4	5	
7	8	9

Если всё-таки требуется построить матрицу без компонент, то следует определить недостающие компоненты как NaN:

```
C = [1 2 3;4 5 NaN;7 8 9]
```

1	2	3
4	5	NaN
7	8	9

Матрица может быть получена конкатенацией других матриц и векторов. Главное условие - совместимость размерностей.

Создание матрицы 3x3 из матрицы 2x3 и вектора-строки 1x3:

1	2	3
4	5	6
7	8	9

```
B = [7 8 9]
```

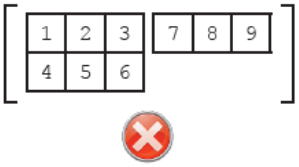
```
B = 1×3
     7     8     9
```

```
C = [A;B]
```

```
C = 3×3
     1     2     3
     4     5     6
     7     8     9
```

Пример несовпадения размерностей:

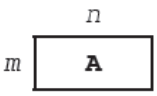
```
C = [A B]    % Error!
```



Создание матриц с помощью функций

В MATLAB есть множество функций, в возможностях которых заложено создание матриц. Типичный синтаксис подобной функции выглядит так:

```
A = function_name(m,n)
```



m-by-*n*

или

```
A = function_name(n)
```

n-by-*n*

Такими функциями, например, являются функции создания нулевой матрицы (**zeros**) и матрицы, все компоненты которой - единицы (**ones**):

```
X = zeros(2,3)
```

```
X = 2×3
     0     0     0
     0     0     0
```

```
Y = ones(2)
```

```
Y = 2×2
     1     1
     1     1
```

Матрицы также можно создавать с помощью ранее описанных функций **rand**, **randi** и **randn**:

```
rand(2,4)
```

```
ans = 2×4
    0.2400    0.0497    0.9448    0.4893
    0.4173    0.9027    0.4909    0.3377
```

```
randi([15,20],3,2)
```

```
ans = 3×2
    20    19
    17    17
```

```
    15    16
```

```
randn(3)
```

```
ans = 3×3
   -0.2938    2.5260   -1.2571
   -0.8479    1.6555   -0.8655
   -1.1201    0.3075   -0.1765
```

Единичная матрица создается с помощью функции **eye**, а диагональная матрица создается из вектора с помощью **diag**:

```
eye(4)
```

```
ans = 4×4
     1     0     0     0
     0     1     0     0
     0     0     1     0
     0     0     0     1
```

```
diag(B)
```

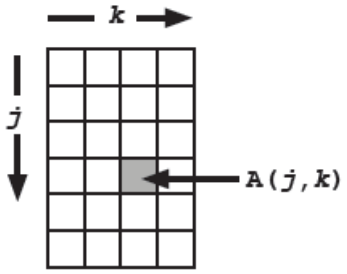
```
ans = 3×3
     7     0     0
     0     8     0
     0     0     9
```

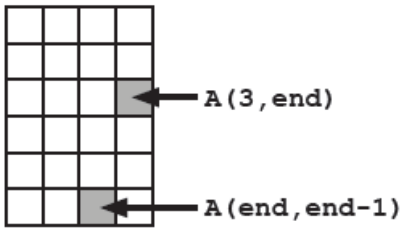
Список других функций, создающих матрицы, можно посмотреть, введя команду

```
doc  elmat
```

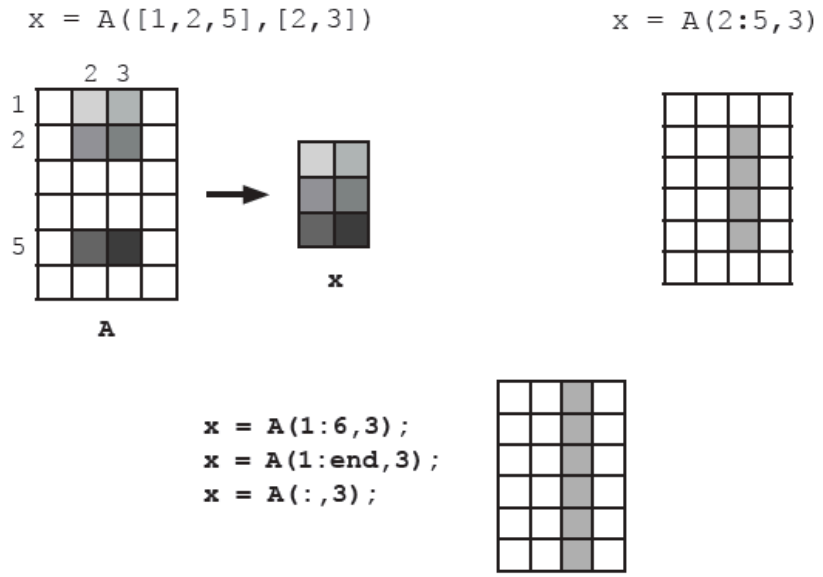
Доступ к данным матрицы

К любой компоненте матрицы можно обращаться по номеру строки и столбца. Её также можно изменять. Также, как и в случае с векторами можно использовать номер **end**:





Из матрицы можно также выделить сразу набор данных способом, аналогичным используемому для векторов:



Пример:

```
D = [A,X;B,C(3,:)]
```

```
D = 3×6
     1     2     3     0     0     0
     4     5     6     0     0     0
     7     8     9     7     8     9
```

```
D(2:3, 3:5)
```

```
ans = 2×3
     6     0     0
     9     7     8
```

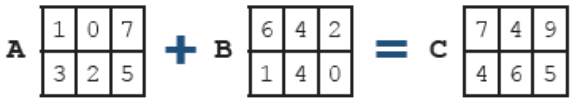
```
D([1,3], [4:end, 1])
```

```
ans = 2×4
     0     0     0     1
     7     8     9     7
```

Операции над матрицами

Арифметические операции над матрицами производятся аналогично векторам:

C = A + B

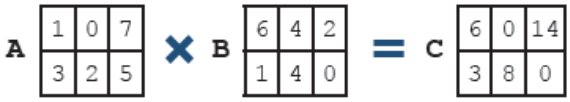


B = 2*A

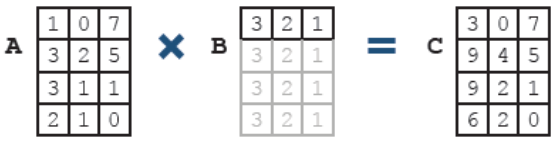
B = A + 2

Для покомпонентного умножения матриц перед знаком умножения следует ставить точку (как для векторов):

C = A .* B;



К матрице можно также прибавлять вектор-строку, количество столбцов которой соответствует количеству столбцов матрицы. Аналогично можно прибавлять к матрице вектор-столбец, количество строк которого совпадает с количеством строк матрицы:



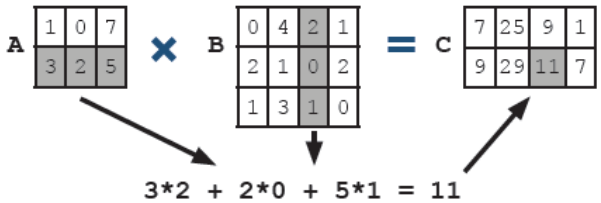
Пример:

```
2*ones(3) + [3; 2; 1] + [1, 2, 3]
```

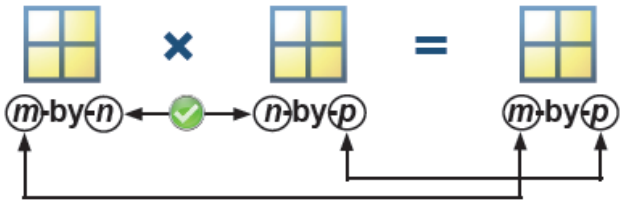
```
ans = 3×3
     6     7     8
     5     6     7
     4     5     6
```

Матричное перемножение по правилам линейной алгебры производится с помощью оператора умножения:

C = A*B



Операция перемножения двух матриц возможна, если количество столбцов первой матрицы равно количеству строк второй:



Операция матричного деления интерпретируется как решение матричного уравнения. Вследствие некоммутативности матричного произведения в MATLAB используются обе черты: прямая (/) и обратная (\) как решение следующих уравнений:

Выражение	Интерпретация
x = B/A	Решение x*A = B (для x)
x = A\B	Решение A*x = B (для x)

```
B
```

```
B = 1×3
     7     8     9
```

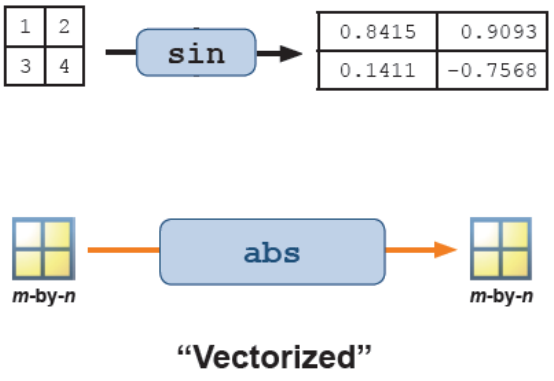
```
A
```

```
A = 2×3
     1     2     3
     4     5     6
```

```
x = B/A
```

```
x = 1×2
   -1.0000    2.0000
```

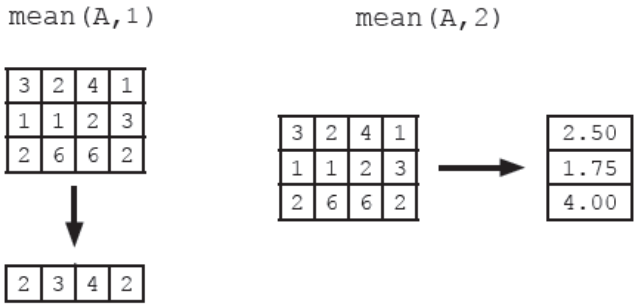
Математические функции применимы к матрицам таким же образом, как и вектора - поэлементным преобразованием:




```
sin
sind
sinh
asin
exp
log
log2
log10
sqrt
nthroot
abs
angle
floor
ceil
round
mod
```

Статистические операции, применяемые к матрице, могут применяться как к строкам, так и к столбцам отдельно. За это отвечает параметр направления: "1" означает счет по столбцам, "2" означает счет по строкам:

На примере функции **mean** это выглядит так:



Функции, которые разделяют матрицу на векторы для своей работы представлены в таблице:

Статистические		Арифметические	Обработка сигнала
max	std	sum	fft
min	var	prod	ifft
mean	corrcoef	diff	cov
median	cov	cumsum	filter
mode		cumprod	

Из исходной матрицы с помощью команды **reshape** можно создать матрицу с теми же компонентами, что и исходная, но с измененной размерностью:


```
A = [1,2,3; 4,5,6]
```

```
A = 2×3
     1     2     3
     4     5     6
```

```
B = reshape(A,3,2)
```

```
B = 3×2
     1     5
     4     3
```

```
     2     6
```

```
C = reshape(A, [],1)
```

```
C = 6×1
     1
     4
     2
     5
     3
     6
```

```
D = reshape(A, 1,[])
```

```
D = 1×6
     1     4     2     5     3     6
```

К матрицам также применимы функции: взятие обратной матрицы (**inv**), нахождение определителя (**det**), нахождение следа (**trace**), нахождение собственных векторов/значений (**eig**), вычисление матричной экспоненты (**expm**), нахождение LUP-разложения (**lu**).

Рассмотрим их на примере матрицы:

```
M = 3*ones(3) - 2*diag([3 1 8])*[-1, 2, 3; 4, 5, 6; 9, 8, 7]
```

```
M = 3×3
     9    -9   -15
    -5    -7    -9
  -141  -125  -109
```

```
inv(M)
```

```
ans = 3×3
    0.0833   -0.2058    0.0055
   -0.1667    0.7127   -0.0359
    0.0833   -0.5511    0.0249
```

```
det(M)
```

```
ans = -4.3440e+03
```

```
trace(M)
```

```
ans = -107
```

```
[l,V] = eig(M)
```

```
l = 3×3
    0.1088    0.6307    0.2311
    0.0746    0.1151   -0.7771
    0.9913   -0.7675    0.5854
V = 3×3
 -133.8785         0         0
         0   25.6116         0
         0         0    1.2669
```

```
expm(M)
```

```
ans = 3×3
10^11 ×
```

```
    1.1161    0.2268   -0.1395
    0.2037    0.0414   -0.0255
   -1.3582   -0.2760    0.1698
```

```
[L,U,P] = lu(M)
```

```
L = 3×3
    1.0000         0         0
   -0.0638    1.0000         0
    0.0355    0.1512    1.0000
U = 3×3
 -141.0000 -125.0000 -109.0000
         0  -16.9787  -21.9574
         0         0   -1.8145
P = 3×3
     0     0     1
     1     0     0
     0     1     0
```

Ранг матрицы определяется с помощью команды **rank**:

```
R = [1,2,3; 4,5,6; 8,10,12]
```

```
R = 3×3
     1     2     3
     4     5     6
     8    10    12
```

```
rank(R)
```

```
ans = 2
```