МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Чувашский государственный университет имени И.Н. Ульянова»

Факультет информатики и вычислительной техники

Кафедра математического и аппаратного обеспечения информационных систем

Дисциплина «Методы вычислений»

Методические указания
по выполнения лабораторных работ по дисциплине

Лабораторная работа № 5
«Решение систем нелинейных уравнений»

Чебоксары
2019

1. ЦЕЛЬ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

Ознакомление с численными итерационными методами решения систем нелинейных уравнений, на примере методов Ньютона, модифицированного метода Ньютона, простых итераций и Зейделя.

2. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Требуется решить систему нелинейных уравнений вида:

$$\begin{cases} F_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0, \\ F_2(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ F_n(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0. \end{cases} \qquad (1)$$

В отличие от систем линейных уравнений не существует прямых методов решения нелинейных систем общего вида. Лишь в отдельных случаях систему (1) можно решить непосредственно. Для таких систем обычно используются итерационные методы.

2.1. Метод простых итераций

Систему уравнений (1) представим в виде

$$\begin{cases} x_1 = f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n), \\ x_2 = f_2(x_1, x_2, \ldots, x_n), \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_n = f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n). \end{cases} \qquad (2)$$

Первым этапом решения является отделение корней, т.е. нахождения областей D_k (k – число корней системы), в которых система имеет только по одному решению. Затем, в зависимости от того, какой корень требуется уточнить, выбираются начальные приближения корней $x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \ldots, x_n^{(0)}$ из соответствующей области D_k.

Тогда согласно методу нахождение k-го приближения корня x_i при известном k-1-ом приближении (k= 1, 2, …) осуществляется по схеме:

$$x_i^{(k)} = f_i(x_1^{(k-1)}, x_2^{(k-1)}, \ldots, x_n^{(k-1)}), \quad i = \overline{1, n},\ k = 1, 2, \ldots \qquad (3)$$

Для более быстрой сходимости итерационного процесса, начальное приближение следует выбирать достаточно близким к точному значению корня.

Для сходимости системы (1) достаточно, чтобы в области уточнения D_k выполнялось одно из следующих неравенств:

$$\max_{1 \le i \le n} \sum_{j=1}^{n} \left| \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right| < 1; \quad \max_{1 \le j \le n} \sum_{j=1}^{n} \left| \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right| < 1; \quad \sqrt{\sum_{i,j=1}^{n} \left(\frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right)^2} < 1.$$

Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока изменения всех неизвестных в двух последовательных итерациях не станут малыми, т.е. абсолютные величины их разностей не станут меньшими заданного малого числа:

$$| x_i^{(k+1)} - x_i^{(k)} | < \varepsilon,$$

где $i = \overline{1, n},\ k = 0, 1, 2, \ldots.$

Пример 1. Используя метод простых итераций, решить следующую систему нелинейных уравнений с точностью до 0,001.

$$\begin{cases} \sin(x-0{,}5) - y = 1{,}5; \\ 2x - \cos y = 0{,}6. \end{cases}$$

Решение.

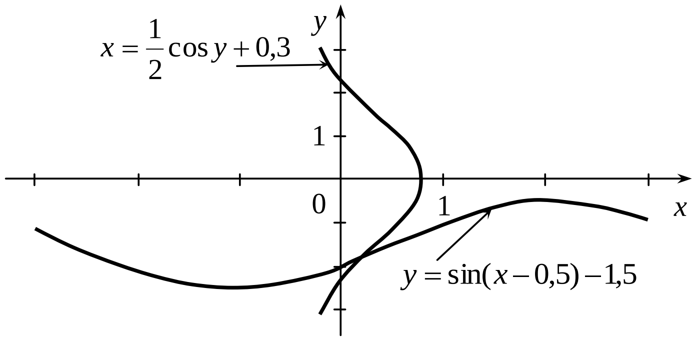

Рис.1.

Перепишем данную систему в виде

$$\begin{cases} x = \dfrac{1}{2}\cos y + 0{,}3; \\ y = \sin(x-0{,}5) - 1{,}5. \end{cases}$$

Отделение корней произведем графически (рис.1). Из графика видно, что система имеет одно решение, заключенное в области *D*: $0 < x < 0{,}25$; $-2 < y < -1{,}5$.

Убедимся в том, что метод простых итераций применим для уточнения решения системы, для чего запишем ее в следующем виде:

$$\begin{cases} x = f_1(x, y) = \dfrac{1}{2}\cos y + 0{,}3; \\ y = f_2(x, y) = \sin(x-0{,}5) - 1{,}5; \end{cases}$$

В области *D* имеем

$$\left|\frac{\partial f_1}{\partial y}\right| + \left|\frac{\partial f_2}{\partial y}\right| = \left|-\frac{1}{2}\sin y\right| \le 0{,}5 < 1,$$

т.е. условие сходимости выполняется. Следовательно, в этой области *D*, для уточнения корней можно использовать схему:

$$\begin{cases} x_{n+1} = \dfrac{1}{2}\cos y_n + 0{,}3; \\ y_{n+1} = \sin(x_n - 0{,}5) - 1{,}5. \end{cases}$$

За начальные приближения примем $x_0 = 0{,}13$, $y_0 = -1{,}8$.

Результаты представлены в табл. 1.

Таблица 1

Номер итерации, k	Приближение корня		Проверка условия: $\lvert x_k - x_{k-1}\rvert < \varepsilon = 0{,}001$	Проверка условия: $\lvert y_k - y_{k-1}\rvert < \varepsilon = 0{,}001$
	x_k	y_k		
0	0,13	–1,8		
1	0,186399	–1,86162	не выполняется	не выполняется
2	0,156631	–1,80849	не выполняется	не выполняется
3	0,182271	–1,83666	не выполняется	не выполняется
4	0,168628	–1,81241	не выполняется	не выполняется
5	0,180365	–1,82534	не выполняется	не выполняется
6	0,174098	–1,81422	не выполняется	не выполняется
7	0,179487	–1,82016	не выполняется	не выполняется
8	0,176605	–1,81505	не выполняется	не выполняется
9	0,179082	–1,81779	не выполняется	не выполняется

Номер итерации, k	Приближение корня		Проверка условия: $\lvert x_k - x_{k-1} \rvert < \varepsilon = 0{,}001$	Проверка условия: $\lvert y_k - y_{k-1} \rvert < \varepsilon = 0{,}001$
	x_k	y_k		
10	0,177756	–1,81544	не выполняется	не выполняется
11	0,178896	–1,8167	не выполняется	не выполняется
12	0,178286	–1,81561	**выполняется**	не выполняется
13	0,17881	–1,81619	**выполняется**	**выполняется**

Ответ: x = 0,179, y = –1,816.

2.2. Метод Зейделя

Метод Зейделя заключается в том, что для уточнения корня подставляются в (3) уже уточненные на данном шаге неизвестные, т.е.

$$x_i^{(k)} = f_i(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \ldots, x_{i-1}^{(k)}, x_i^{(k-1)}, \ldots, x_n^{(k-1)}), \quad i = \overline{1,n},\ k = 1, 2, \ldots \tag{4}$$

Пример 2. Решить систему примера 1, используя метод Зейделя, с точностью до 0,001.

Решение. Так как в примере 1 этапы отделения корней и приведения системы к виду удобному для итераций были выполнены, сразу запишем схему итераций по методу Зейделя:

$$\begin{cases} x_{n+1} = \dfrac{1}{2}\cos y_n + 0{,}3; \\ y_{n+1} = \sin(x_{n+1} - 0{,}5) - 1{,}5. \end{cases}$$

Как и в примере 1, за начальные приближения примем x_0 = 0,13, y_0 = – 1,8. Вычисления приведены в табл. 2.

Таблица 2

Номер итерации, k	Приближение корня		Проверка условия: $\lvert x_k - x_{k-1} \rvert < \varepsilon = 0{,}001$	Проверка условия: $\lvert y_k - y_{k-1} \rvert < \varepsilon = 0{,}001$
	x_k	y_k		
0	0,13	–1,8		
1	0,186399	–1,80849	не выполняется	не выполняется
2	0,182271	–1,81241	не выполняется	не выполняется
3	0,180365	–1,81422	не выполняется	не выполняется
4	0,179487	–1,81505	**выполняется**	**выполняется**

Ответ: x = 0,179, y = –1,815.

2.3. Метод Ньютона

Метод Ньютона решения системы (1) состоит в построении итерационной последовательности:

$$\begin{cases} x_1^{(k)} = x_1^{(k-1)} + \Delta x_1^{(k-1)}, \\ x_2^{(k)} = x_2^{(k-1)} + \Delta x_2^{(k-1)}, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_n^{(k)} = x_n^{(k-1)} + \Delta x_n^{(k-1)}. \end{cases} \tag{5}$$

Приращения $\Delta x_i^{(k-1)}$ находятся на каждой итерации из соответствующей системы линейных уравнений вида:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1}(x_1^{(k-1)},...,x_n^{(k-1)}) & \frac{\partial F_1}{\partial x_2}(x_1^{(k-1)},...,x_n^{(k-1)}) & ... & \frac{\partial F_1}{\partial x_n}(x_1^{(k-1)},...,x_n^{(k-1)}) \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_1}(x_1^{(k-1)},...,x_n^{(k-1)}) & \frac{\partial F_2}{\partial x_2}(x_1^{(k-1)},...,x_n^{(k-1)}) & ... & \frac{\partial F_2}{\partial x_n}(x_1^{(k-1)},...,x_n^{(k-1)}) \\ ... & ... & ... & ... \\ \frac{\partial F_n}{\partial x_1}(x_1^{(k-1)},...,x_n^{(k-1)}) & \frac{\partial F_n}{\partial x_2}(x_1^{(k-1)},...,x_n^{(k-1)}) & ... & \frac{\partial F_n}{\partial x_n}(x_1^{(k-1)},...,x_n^{(k-1)}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(k-1)} \\ \Delta x_2^{(k-1)} \\ ... \\ \Delta x_n^{(k-1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -F_1(x_1^{(k-1)},...,x_n^{(k-1)}) \\ -F_2(x_1^{(k-1)},...,x_n^{(k-1)}) \\ .... \\ -F_n(x_1^{(k-1)},...,x_n^{(k-1)}) \end{bmatrix}$$

$\uparrow$

Матрица - Якобиан

Счет прекращается, если все приращения становятся малыми по абсолютной величине: $\max\limits_i |\Delta x_i| < \varepsilon$. В методе Ньютона также важен удачный выбор начального приближения для обеспечения хорошей сходимости. Сходимость ухудшается с увеличением числа уравнений системы.

Для существования единственного решения системы (5) определитель Якобиан должен быть отличным от нуля на каждой итерации. Тогда нахождение *k*-го приближения корня в общем виде можно записать так:

$$x_i^{(k)} = x_i^{(k-1)} - \mathrm{I}^{-1}(x_1^{(k-1)},...,x_n^{(k-1)}) F_i(x_1^{(k-1)},...,x_n^{(k-1)}),$$

где I^{-1} – матрица, обратная матрице I (якобиан), k=1, 2, …

Пример 3. Используя метод Ньютона, решить следующую систему нелинейных уравнений с точностью до 0,001.

$$\begin{cases} \sin(x-0{,}5) - y = 1{,}5; \\ 2x - \cos y = 0{,}6. \end{cases}$$

Решение.

Перепишем данную систему в виде

$$\begin{cases} F_1(x,y) = \sin(x-0{,}5) - y - 1{,}5; \\ F_2(x,y) = 2x - \cos y - 0{,}6. \end{cases}$$

Сначала необходимо вычислить частные производные функций $F_1(x,y)$ и $F_2(x,y)$ по всем переменным:

$$\frac{\partial F_1}{\partial x} = \cos(x-0{,}5),\ \frac{\partial F_1}{\partial y} = -1,\ \frac{\partial F_2}{\partial x} = 2,\ \frac{\partial F_2}{\partial y} = \sin y\,.$$

В качестве начальных приближений корней примем следующие: $x^{(0)}$=0,13, $y^{(0)}$ = – 1,8.

Тогда следующие приближения будут вычисляться схеме:

$$\begin{cases} x^{(k)} = x^{(k-1)} + \Delta x^{(k-1)}, \\ y^{(k)} = y^{(k-1)} + \Delta y^{(k-1)}, \end{cases} \text{где } k = 0,\ 1,\ \ldots$$

А приращения будут находиться из систем вида:

$$\begin{bmatrix} \cos(x^{(i)} - 0{,}5) & -1 \\ 2 & \sin(y^{(i)}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x^{(i)} \\ \Delta y^{(i)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(\sin(x^{(i)} - 0{,}5) - y^{(i)} - 1{,}5) \\ -(2x^{(i)} - \cos y^{(i)} - 0{,}6) \end{bmatrix},$$

или

$$\begin{bmatrix} \cos(x^{(i)}-0{,}5) & -1 \\ 2 & \sin(y^{(i)}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x^{(i)} \\ \Delta y^{(i)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin(x^{(i)}-0{,}5)+y^{(i)}+1{,}5 \\ -2x^{(i)}+\cos y^{(i)}+0{,}6 \end{bmatrix},$$

где i – номер приближения.

Результаты вычислений в следующей таблице.

Таблица 3

i	$x^{(i)}$	$y^{(i)}$	$\Delta x^{(i)}$	$\Delta y^{(i)}$
0	0,13	–1,8	0,059424	–0,00621
1	0,189424	–1,80621	–0,00436	–0,00346
2	0,18506	–1,80968	–0,00229	–0,00222
3	0,18277	–1,81189	–0,00147	–0,00141
4	0,181301	–1,81331	–0,00093	–0,0009
5	0,180366	–1,8142		

Итерации были прекращены, когда выполнилось условие $\max\{\Delta x^{(i)}, \Delta y^{(i)}\}<0{,}001$.

Ответ: $x = 0{,}18$, $y = -1{,}814$.

2.4. Модифицированный метод Ньютона

При построении систем для нахождения приращений по методу Ньютона частные производные брались в точках очередного приближения, т.е. матрица для каждого приближения приращений была своя. Вычисления можно заметно упростить (модифицировать), если здесь всегда брать производные в одной точке (одном приближении – нулевом): левая часть матрицы для всех приближений будет одна и та же, т.е.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1}(x_1^{(0)},\dots,x_n^{(0)}) & \frac{\partial F_1}{\partial x_2}(x_1^{(0)},\dots,x_n^{(0)}) & \dots & \frac{\partial F_1}{\partial x_n}(x_1^{(0)},\dots,x_n^{(0)}) \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_1}(x_1^{(0)},\dots,x_n^{(0)}) & \frac{\partial F_2}{\partial x_2}(x_1^{(0)},\dots,x_n^{(0)}) & \dots & \frac{\partial F_2}{\partial x_n}(x_1^{(0)},\dots,x_n^{(0)}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial F_n}{\partial x_1}(x_1^{(0)},\dots,x_n^{(0)}) & \frac{\partial F_n}{\partial x_2}(x_1^{(0)},\dots,x_n^{(0)}) & \dots & \frac{\partial F_n}{\partial x_n}(x_1^{(0)},\dots,x_n^{(0)}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(k-1)} \\ \Delta x_2^{(k-1)} \\ \dots \\ \Delta x_n^{(k-1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -F_1(x_1^{(k-1)},\dots,x_n^{(k-1)}) \\ -F_2(x_1^{(k-1)},\dots,x_n^{(k-1)}) \\ \dots\dots\dots\dots \\ -F_n(x_1^{(k-1)},\dots,x_n^{(k-1)}) \end{bmatrix}.$$

Если для нахождения приближений корней использовать матрицу, обратную матрице-якобиан, то нахождение k-го приближения корня в общем виде можно записать так:

$$x_i^{(k)} = x_i^{(k-1)} - \mathrm{I}^{-1}(x_1^{(0)},\dots,x_n^{(0)})F_i(x_1^{(k-1)},\dots,x_n^{(k-1)}),$$

где I^{-1} – матрица, обратная матрице I (якобиан), k=1, 2, …

Пример 4. Используя модифицированный метод Ньютона, решить следующую систему нелинейных уравнений с точностью до 0,001.

$$\begin{cases} \sin(x-0{,}5)-y=1{,}5; \\ 2x-\cos y=0{,}6. \end{cases}$$

Решение. Приращения переменных, согласно методу, будем находить по схеме:

$$\begin{bmatrix} \cos(x^{(0)}-0{,}5) & -1 \\ 2 & \sin(y^{(0)}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x^{(i)} \\ \Delta y^{(i)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin(x^{(i)}-0{,}5)+y^{(i)}+1{,}5 \\ -2x^{(i)}+\cos y^{(i)}+0{,}6 \end{bmatrix}.$$

Результаты помещены в следующей таблице.

Таблица 4

i	$x^{(i)}$	$y^{(i)}$	$\Delta x^{(i)}$	$\Delta y^{(i)}$
0	0,13	–1,8	0,059424	–0,00621
1	0,189424	–1,80621	–0,00436	–0,00346
2	0,185062	–1,80967	–0,00229	–0,00222
3	0,182773	–1,81189	–0,00147	–0,00141
4	0,181304	–1,8133	–0,00094	–0,0009
5	0,180369	–1,8142		

Ответ: $x = 0{,}18$, $y = -1{,}814$.

3. ЗАДАНИЕ

Для каждого варианта решить системы под номером (1) методами простых итераций и Зейделя, а под номером (2) – методами Ньютона и модифицированного метода Ньютона.

№1. 1) $\begin{cases} \sin(x+1) - y = 1{,}2; \\ 2x + \cos y = 2. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \mathrm{tg}(xy+0{,}4) = x^2; \\ 0{,}6x^2 + 2y^2 = 1,\ \ x>0, y>0 \end{cases}$

№2. 1) $\begin{cases} \cos(x-1) + y = 0{,}5; \\ x - \cos y = 3. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \sin(x+y) - 1{,}6x = 0; \\ x^2 + y^2 = 1, \quad x>0, y>0 \end{cases}$

№3. 1) $\begin{cases} \sin x + 2y = 2; \\ \cos(y-1) + x = 0{,}7. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \mathrm{tg}(xy+0.1) = x^2; \\ x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$

№4. 1) $\begin{cases} \cos x + y = 1{,}5; \\ 2x - \sin(y-0{,}5) = 1. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \sin(x+y) - 1{,}2x = 0{,}2; \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$

№5. 1) $\begin{cases} \sin(x+0{,}5) - y = 1; \\ \cos(y-2) + x = 2. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \mathrm{tg}(xy+0{,}3) = x^2; \\ 0{,}9x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$

№6. 1) $\begin{cases} \cos(x+0.5) + y = 0{,}8; \\ \sin y - 2x = 1{,}6. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \sin(x+y) - 1{,}3x = 0{,}2; \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$

№7. 1) $\begin{cases} \sin(x-1) = 1{,}3 - y; \\ x - \sin(y+1) = 0{,}8. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \mathrm{tg}\, xy = x^2; \\ 0{,}8x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$

№8. 1) $\begin{cases} 2y - \cos(x+1) = 0; \\ x + \sin y = -0{,}4. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \sin(x+y) - 1{,}5x = 0{,}1; \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$

№9. 1) $\begin{cases} \cos(x+0{,}5) - y = 2; \\ \sin y - 2x = 1. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \mathrm{tg}\, xy = x^2; \\ 0{,}7x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$

№10. 1) $\begin{cases} \sin(x+2) - y = 1{,}5; \\ x + \cos(y-2) = 0{,}5. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \sin(x+y) - 1{,}2x = 0{,}1; \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$

№11. 1) $\begin{cases} \sin(x+1) - x = 1{,}2; \\ 2y + \cos x = 2. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \mathrm{tg}(xy+0{,}2) = x^2; \\ 0{,}6x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$

№12. 1) $\begin{cases}\cos(y-1)+x=0{,}5;\\ y-\cos x=3.\end{cases}$ 2) $\begin{cases}\sin(x+y)=1{,}5x-0{,}1;\\ x^2+y^2=1.\end{cases}$

№13. 1) $\begin{cases}\sin y+2x=2;\\ \cos(x-1)+y=0{,}7.\end{cases}$ 2) $\begin{cases}\mathrm{tg}(xy+0{,}4)=x^2;\\ 0{,}8x^2+2y^2=1.\end{cases}$

№14. 1) $\begin{cases}\cos y+x=1{,}5;\\ 2y-\sin(x-0{,}5)=1.\end{cases}$ 2) $\begin{cases}\sin(x+y)=1{,}2x-0{,}1;\\ x^2+y^2=1.\end{cases}$

№15. 1) $\begin{cases}\sin(x+0{,}5)-x=1;\\ \cos(x-2)+y=0.\end{cases}$ 2) $\begin{cases}\mathrm{tg}(xy+0{,}1)=x^2;\\ 0{,}9x^2+2y^2=1.\end{cases}$

№16. 1) $\begin{cases}\cos(y+0{,}51)+x=0{,}8;\\ \sin x-2y=1{,}6.\end{cases}$ 2) $\begin{cases}\sin(x+y)-1{,}4x=0;\\ x^2+y^2=1.\end{cases}$

№17. 1) $\begin{cases}\sin(x-1)+x=1{,}3;\\ y-\sin(x+1)=0{,}8.\end{cases}$ 2) $\begin{cases}\mathrm{tg}(xy+0{,}1)=x^2;\\ 0{,}5x^2+2y^2=1.\end{cases}$

№18. 1) $\begin{cases}2x-\cos(y+1)=0;\\ y+\sin x=-0{,}4.\end{cases}$ 2) $\begin{cases}\sin(x+y)=1{,}1x-0{,}1;\\ x^2+y^2=1.\end{cases}$

№19. 1) $\begin{cases}\cos(y+0{,}5)-x=2;\\ \sin x-2y=1.\end{cases}$ 2) $\begin{cases}\mathrm{tg}(x-y)-xy=0;\\ x^2+2y^2=1.\end{cases}$

№20. 1) $\begin{cases}\sin(y+2)-x=1{,}5;\\ y+\cos(x-2)=0{,}5.\end{cases}$ 2) $\begin{cases}\sin(x-y)-xy=-1;\\ x^2-y^2=\dfrac{3}{4}.\end{cases}$

№21. 1) $\begin{cases}\sin(x+1)-y=1;\\ 2x+\cos y=2.\end{cases}$ 2) $\begin{cases}\mathrm{tg}(xy+0{,}2)=x^2;\\ x^2+2y^2=1.\end{cases}$

№22. 1) $\begin{cases}\cos(x-1)+y=0{,}8;\\ x-\cos y=2.\end{cases}$ 2) $\begin{cases}\sin(x+y)-1{,}5x=0;\\ x^2+y^2=1.\end{cases}$

№23. 1) $\begin{cases}\sin x+2y=1{,}6;\\ \cos(y-1)+x=1.\end{cases}$ 2) $\begin{cases}\mathrm{tg}\,xy=x^2;\\ 0{,}5x^2+2y^2=1.\end{cases}$

№24. 1) $\begin{cases}\cos x+y=1{,}2;\\ 2x-\sin(y-0{,}5)=2.\end{cases}$ 2) $\begin{cases}\sin(x+y)=1{,}2x-0{,}2;\\ x^2+y^2=1.\end{cases}$

№25. 1) $\begin{cases}\sin(x+0{,}5)-y=1{,}2;\\ \cos(y-2)+x=0.\end{cases}$ 2) $\begin{cases}\mathrm{tg}(xy+0{,}1)=x^2;\\ 0{,}7x^2+2y^2=1.\end{cases}$

№26. 1) $\begin{cases}\cos(x+0{,}5)+y=1;\\ \sin y-2x=2.\end{cases}$ 2) $\begin{cases}\sin(x+y)+1{,}5x=0{,}2;\\ x^2+y^2=1.\end{cases}$