Задачи для самостоятельного решения
Тема «МАШИНА ТЬЮРИНГА»

1. $A=\{a,b,c\}$.
Приписать слева к слову P символ b ($P \to bP$).

2. $A=\{a,b,c\}$.
Приписать справа к слову P символы bc ($P \to Pbc$).

3. $A=\{a,b,c\}$.
Заменить на a каждый второй символ в слове P.

4. $A=\{a,b,c\}$.
Оставить в слове P только первый символ (пустое слово не менять).

5. $A=\{a,b,c\}$.
Оставить в слове P только последний символ (пустое слово не менять).

6. $A=\{a,b,c\}$.
Определить, является ли P словом ab. Ответ (выходное слово): слово ab, если является, или пустое слово иначе.

7. $A=\{a,b,c\}$.
Определить, входит ли в слово P символ a. Ответ: слово из одного символа a (да, входит) или пустое слово (нет).

8. $A=\{a,b,c\}$.
Если в слово P не входит символ a, то заменить в P все символы b на c, иначе в качестве ответа выдать слово из одного символа a.

9. $A=\{a,b,0,1\}$.
Определить, является ли слово P идентификатором (непустым словом, начинающимся с буквы). Ответ: слово a (да) или пустое слово (нет).

10. $A=\{a,b,0,1\}$.
Определить, является ли слово P записью числа в двоичной системе счисления (непустым словом, состоящем только из цифр 0 и 1). Ответ: слово 1 (да) или слово 0.

11. $A=\{0,1\}$.
Считая непустое слово P записью двоичного числа, удалить из него незначащие нули, если такие есть.

12. $A=\{0,1\}$.
Для непустого слова P определить, является ли оно записью степени двойки (1, 2, 4, 8, …) в двоичной системе счисления. Ответ: слово 1 (является) или слово 0.

13. $A=\{0,1,2,3\}$.
Считая непустое слово P записью числа в четверичной системе счисления, определить, является оно чётным числом или нет. Ответ: 1 (да) или 0.

14. A={0,1}.
Считая непустое слово P записью числа в двоичной системе, получить двоичное число, равное учетверенному числу P (например: 101 → 10100).

15. A={0,1}.
Считая непустое слово P записью числа в двоичной системе, получить двоичное число, равное неполному частному от деления числа P на 2 (например: 1011 → 101).

16. A={a,b,c}.
Если P – слово чётной длины (0, 2, 4, …), то выдать ответ a, иначе – пустое слово.

17. A={0,1,2}.
Считая непустое слово P записью числа в троичной системе счисления, определить, является оно чётным числом или нет. Ответ: 1 (да) или 0. (*Замечание: в чётном троичном числе должно быть чётное количество цифр*)

18. A={a,b,c}.
Пусть P имеет нечётную длину. Оставить в P только средний символ.

19. A={a,b,c}.
Если слово P имеет чётную длину, то оставить в нём только левую половину.

20. A={a,b,c}.
Приписать слева к непустому слову P его первый символ.

21. A={a,b}.
Для непустого слова P определить, входит ли в него ещё раз его первый символ. Ответ: a (да) или пустое слово.

22. A={a,b}.
В непустом слове P поменять местами его первый и последний символы.

23. A={a,b}.
Определить, является P палиндромом (перевёртышем, симметричным словом) или нет. Ответ: a (да) или пустое слово.

24. A={a,b}.
Заменить в P каждое вхождение a на bb.

25. A={a,b,c}.
Заменить в P каждое вхождение ab на c.

26. A={a,b}.
Удвоить слово P (например: abb → $abbabb$).

27. A={a,b}.
Удвоить каждый символ слова P (например: bab → $bbaabb$).

28. $A=\{a,b\}$.
Перевернуть слово P (например: $abb \to bba$).

29. $A=\{0,1\}$.
Считая непустое слово P записью двоичного числа, получить это же число, но в четверичной системе. (*Замечание*: *учесть, что в двоичном числе может быть нечётное количество цифр*.)

30. $A=\{0,1,2,3\}$.
Считая непустое слово P записью числа в четверичной системе счисления, получить запись этого числа в двоичной системе.

31. $A=\{0,1,2\}$.
Считая непустое слово P записью положительного числа в троичной системе счисления, уменьшить это число на 1.

32. $A=\{\,|\,\}$.
Считая слово P записью числа в единичной системе счисления, получить запись этого числа в троичной системе. (*Рекомендация: следует в цикле удалять из «единичного» числа по палочке и каждый раз прибавлять 1 к троичному числу, которое вначале положить равным 0*.)

33. $A=\{0,1,2\}$.
Считая непустое слово P записью числа в троичной системе счисления, получить запись этого числа в единичной системе.

34. Пусть слово P имеет следующий вид:

$$\underbrace{||\dots|}_{n} \otimes \underbrace{||\dots|}_{m}$$

где $\otimes$ – один из знаков $+$, $-$, $\times$, $/$, $\div$, $\uparrow$ или $\downarrow$, слева от которого указано n палочек, а справа – m палочек. Реализовать соответствующую операцию в единичной системе счисления (*в качестве ответа выдать слово, указанное справа от стрелки*):

а) сложение: $\underbrace{||\dots|}_{n} + \underbrace{||\dots|}_{m} \to \underbrace{||\dots|}_{n+m}$ ($n \geq 0$, $m \geq 0$);

б) вычитание: $\underbrace{||\dots|}_{n} - \underbrace{||\dots|}_{m} \to \underbrace{||\dots|}_{n-m}$ ($n \geq m \geq 0$);

в) умножение: $\underbrace{||\dots|}_{n} \times \underbrace{||\dots|}_{m} \to \underbrace{||\dots|}_{n\times m}$ ($n \geq 0$, $m \geq 0$);

г) деление нацело: $\underbrace{||\dots|}_{n} / \underbrace{||\dots|}_{m} \to \underbrace{||\dots|}_{k}$ ($n \geq 0$, $m > 0$, $k = n \operatorname{div} m$);

д) взятие остатка: $\underbrace{||\dots|}_{n} \div \underbrace{||\dots|}_{m} \to \underbrace{||\dots|}_{k}$ ($n \geq 0$, $m > 0$, $k = n \bmod m$);

е) максимум: $\underbrace{||\dots|}_{n} \uparrow \underbrace{||\dots|}_{m} \to \underbrace{||\dots|}_{k}$ ($n \geq 0$, $m \geq 0$, $k = \max(n,m)$);

ж) минимум: $\underbrace{||\dots|}_{n} \downarrow \underbrace{||\dots|}_{m} \to \underbrace{||\dots|}_{k}$ ($n \geq 0$, $m \geq 0$, $k = \min(n,m)$).

35. $A=\{\,|\,\}$.
Считая слово P записью числа в единичной системе, определить, является ли это число степенью 3 (1, 3, 9, 27, …). Ответ: пустое слово, если является, или слово из одной палочки иначе.

36. $A=\{\,|\,\}$.
Считая слово P записью числа n в единичной системе, получить в этой же системе число $2n$.

37. $A=\{\,|\,\}$. Пусть слово P является записью числа $2n$ (n=0, 1, 2, …) в единичной системе. Получить в этой же системе число n.

38. Пусть P имеет вид Q+R, где Q и R – непустые слова из символов 0, 1 и 2. Трактуя Q и R как записи чисел в троичной системе счисления (возможно, с незначащими нулями), выдать в качестве ответа запись суммы этих чисел в той же троичной системе.

39. Пусть P имеет вид Q–R, где Q и R – непустые слова из символов 0, 1 и 2. Трактуя Q и R как записи чисел в троичной системе счисления (возможно, с незначащими нулями) и считая, что $Q \geq R$, выдать в качестве ответа запись разности этих чисел в той же троичной системе.

40. Пусть P имеет вид Q=R, где Q и R – любые слова из символов a и b. Выдать ответ a, если слова Q и R одинаковы, и пустое слово иначе.

41. Пусть P имеет вид Q=R, где Q и R – непустые слова из символов 0 и 1. Трактуя Q и R как записи двоичных чисел (возможно, с незначащими нулями), выдать в качестве ответа слово 1, если эти числа равны, и слово 0 иначе.

42. Пусть P имеет вид Q>R, где Q и R – непустые слова из символов 0 и 1. Трактуя Q и R как записи двоичных чисел (возможно, с незначащими нулями), выдать в качестве ответа слово 1, если число Q больше числа R, и слово 0 иначе.

43. $A=\{(,\,)\}$. Определить, сбалансировано ли слово P по круглым скобкам (т.е. проверить наличие всех необходимых открывающих и закрывающих скобок). Ответ: *Д* (да) или *Н* (нет).

44. $A=\{a,b\}$. Если в P символов a больше, чем символов b, то выдать ответ a, если символов a меньше символов b, то выдать ответ b, а иначе в качестве ответа выдать пустое слово.

Задачи для самостоятельного решения
Тема «НОРМАЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ МАРКОВА»

Замечания:
1) в задачах рассматриваются только целые неотрицательные числа, если не сказано иное;
2) под «единичной» системой счисления понимается запись неотрицательного целого числа с помощью палочек – должно быть выписано столько палочек, какова величина числа; например: 2→ | | , 5 → | | | | | , 0 → <пустое слово>.

1. $A=\{a, b, c\}$.
В слове P заменить все пары ab на c

2. $A = \{a, b, c\}$.
В слове P заменить на a только первую пару bc, если такая есть.

3. $A = \{a, b, c\}$.
Приписать слово bac слева к слову P.

4. $A = \{a, b, c\}$.
Заменить слово P на пустое слово, т.е. удалить из P все символы.

5. $A = \{a, b, c\}$.
Заменить любое входное слово на слово a.

6. Составить нормальный алгоритм Маркова, не меняющий входное слово (при любом алфавите A).

7. $A = \{ | \}$.
Считая слово P записью числа в единичной системе счисления, получить остаток от деления этого числа на 2, т.е. получить слово из одной палочки, если число нечётно, или пустое слово, если число чётно.

8. $A = \{ | \}$.
Считая слово P записью положительного числа в единичной системе счисления, уменьшить это число на 1.

9. $A = \{ | \}$.
Считая слово P записью числа в единичной системе счисления, увеличить это число на 2.

10. $A = \{0, 1, 2\}$.
Считая слово P записью числа в троичной системе счисления, получить остаток от деления этого числа на 2, т.е. получить слово 1, если число нечётно, или слово 0, если число чётно (*Замечание*: в чётном троичном числе должно быть чётное количество цифр 1).

11. $A = \{a, b, c\}$.
Определить, входит ли символ a в слово P. Ответ (выходное слово): слово a, если входит, или пустое слово, если не входит.

12. $A = \{a, b\}$.
Если в слово P входит больше символов a, чем символов b, то в качестве ответа выдать слово из одного символа a, если в P равное количество a и b, то в качестве ответа выдать пустое слово, а иначе выдать ответ b.

13. $A = \{0, 1, 2, 3\}$.
Преобразовать слово P так, чтобы сначала шли все чётные цифры (0 и 2), а затем – все нечётные.

14. $A = \{a, b, c\}$.
Преобразовать слово P так, чтобы сначала шли все символы a, затем – все символы b и в конце – все символы c.

15. $A = \{a, b, c\}$.
Определить, из скольких различных символов составлено слово P; ответ получить в единичной системе счисления (например: $acaac \rightarrow ||$).

16. $A = \{a, b, c\}$.
В непустом слове P удвоить первый символ, т.е. приписать этот символ слева к P.

17. $A = \{a, b, c\}$.
За первым символом непустого слова P вставить символ c.

18. $A = \{a, b, c\}$.
Из слова P удалить второй символ, если такой есть.

19. $A = \{a, b, c\}$.
Если в слове P не менее двух символов, то переставить два первых символа.

20. $A = \{0, 1, 2\}$.
Считая непустое слово P записью троичного числа, удалить из этой записи все незначащие нули.

21. $A = \{a, b, c\}$.
Приписать слово abc справа к слову P.

22. $A = \{a, b, c\}$.
Удалить из непустого слова P его последний символ.

23. $A = \{0, 1\}$.
Считая непустое слово P записью числа в двоичной системе, получить двоичное число, равное учетверённому числу P (например: $101 \rightarrow 10100$).

24. $A = \{0, 1\}$. Считая непустое слово P записью числа в двоичной системе, получить двоичное число, равное неполному частному от деления числа P на 2 (например: $1011 \rightarrow 101$).

25. $A = \{a, b\}$.
В слове P все символы a заменить на b, а все (прежние) символы b – на a.

26. $A = \{a, b, c\}$.
Удвоить каждый символ в слове P (например: $bacb \to bbaaccbb$).

27. $A = \{a, b\}$.
Приписать справа к слову P столько палочек, сколько всего символов входит в P (например: $babb \to babb||||$).

28. $A = \{a, b\}$.
Пусть слово P имеет чётную длину (0, 2, 4, …). Удалить правую половину этого слова. (*Рекомендация*: использовать решение предыдущей задачи.)

29. $A = \{a, b\}$.
Пусть длина слова P кратна 3. Удалить правую треть этого слова.

30. $A = \{a, b\}$.
Приписать справа к слову P столько палочек, со скольких подряд идущих символов a начинается это слово (например: $aababa \to aababa| \, |$).

31. $A = \{a, b, c\}$.
Удалить из слова P второе вхождение символа a, если такое есть.

32. $A = \{a, b, c\}$.
Удалить из слова P третье вхождение символа a, если такое есть.

33. $A = \{a,b,c\}$.
Оставить в слове P только первое *вхождение* символа a, если такое есть.

34. $A = \{a, b, c\}$.
В непустом слове P оставить только последний символ.

35. $A = \{a, b, c\}$.
Из всех вхождений символа a в слово P оставить только последнее вхождение, если такое есть.

36. $A = \{a, b, c\}$.
Если слово P начинается с символа a, то заменить P на пустое слово, а иначе P не менять.

37. $A = \{a, b\}$.
Если слово P содержит одновременно символы a и b, то заменить P на пустое слово.

38. $A = \{a, b, c\}$.
Если буквы в непустом слове P не упорядочены по алфавиту, то заменить P на пустое слово, а иначе P не менять.

39. $A = \{a, b, c\}$.
Если P отлично от слова $abaca$, то заменить его на пустое слово.

40. $A = \{0, 1\}$.
Считая непустое слово P записью двоичного числа, определить, является ли это число степенью 2 (1, 2, 4, …). Ответ: слово 1, если является, или слово 0 иначе.

41. $A = \{0, 1, 2, 3\}$.
Считая непустое слово P записью четверичного числа, проверить, чётно оно или нет. Ответ: слово 0, если чётно, и слово 1 иначе.

42. $A = \{0, 1, 2, 3\}$.
Считая непустое слово P записью четверичного числа, получить остаток от деления этого числа на 4.

43. $A = \{0, 1\}$.
Считая непустое слово P записью двоичного числа, получить это же число, но в четверичной системе. (*Замечание*: учесть, что в двоичном числе может быть нечётное количество цифр.)

44. $A = \{0, 1, 2\}$.
Считая непустое слово P записью троичного числа, увеличить это число на 1.

45. $A = \{0, 1, 2\}$.
Считая непустое слово P записью положительного троичного числа, уменьшить это число на 1.

46. $A = \{ | \}$.
Считая слово P записью числа в единичной системе счисления, получить запись этого числа в троичной системе. (*Рекомендация*: следует в цикле удалять из «единичного» числа по палочке и каждый раз прибавлять 1 к троичному числу, которое вначале положить равным 0.)

47. $A = \{0, 1, 2\}$.
Считая непустое слово P записью числа в троичной системе, получить запись этого числа в единичной системе.

48. $A = \{a, b, c\}$.
Определить, входит ли первый символ непустого слова P ещё раз в это слово. Ответ: слово a, если входит, или пустое слово иначе.

49. $A = \{a, b\}$.
Перенести первый символ непустого слова P в конец слова.

50. $A = \{a,b\}$.
Перенести последний символ непустого слова P в начало слова.

51. $A = \{a, b\}$.
В непустом слове P переставить первый и последний символы.

52. $A = \{a, b\}$.
Если в непустом слове P совпадают первый и последний символы, то удалить оба этих символа, а иначе слово не менять.

53. $A = \{a, b\}$.

Определить, является ли слово P палиндромом (перевёртышем, симметричным словом). Ответ: слово a, если является, или пустое слово иначе.

54. $A = \{a, b\}$.

Пусть слово P имеет нечётную длину. Удалить из него средний символ.

55. Пусть слово P имеет следующий вид:

$$\underbrace{||\ldots|}_{n} \otimes \underbrace{||\ldots|}_{m}$$

где ⊗ – один из знаков +, –, ×, /, ÷, ↑ или ↓, слева от которого указано n палочек, а справа – m палочек. Реализовать соответствующую операцию в единичной системе счисления (*в качестве ответа выдать слово, указанное справа от стрелки*):

а) сложение: $\underbrace{||\ldots|}_{n} + \underbrace{||\ldots|}_{m} \to \underbrace{||\ldots|}_{n+m}$ $(n \geq 0,\ m \geq 0)$;

б) вычитание: $\underbrace{||\ldots|}_{n} - \underbrace{||\ldots|}_{m} \to \underbrace{||\ldots|}_{n-m}$ $(n \geq m \geq 0)$;

в) умножение: $\underbrace{||\ldots|}_{n} \times \underbrace{||\ldots|}_{m} \to \underbrace{||\ldots|}_{n\times m}$ $(n \geq 0,\ m \geq 0)$;

г) деление нацело: $\underbrace{||\ldots|}_{n} / \underbrace{||\ldots|}_{m} \to \underbrace{||\ldots|}_{k}$ $(n \geq 0,\ m > 0,\ k = n \text{ div } m)$;

д) взятие остатка: $\underbrace{||\ldots|}_{n} \div \underbrace{||\ldots|}_{m} \to \underbrace{||\ldots|}_{k}$ $(n \geq 0,\ m > 0,\ k = n \bmod m)$;

е) максимум: $\underbrace{||\ldots|}_{n} \uparrow \underbrace{||\ldots|}_{m} \to \underbrace{||\ldots|}_{k}$ $(n \geq 0,\ m \geq 0,\ k = \max(n,m))$;

ж) минимум: $\underbrace{||\ldots|}_{n} \downarrow \underbrace{||\ldots|}_{m} \to \underbrace{||\ldots|}_{k}$ $(n \geq 0,\ m \geq 0,\ k = \min(n,m))$.

56. $A = \{\,|\,\}$.

Считая слово P записью числа в единичной системе, определить, является ли это число степенью 3 (1, 3, 9, 27, …). Ответ: пустое слово, если является, или слово из одной палочки иначе.

57. $A = \{\,|\,\}$.

Считая слово P записью числа n в единичной системе, получить в этой же системе число 2n.

58. $A = \{\,|\,\}$.

Пусть слово P является записью числа 2n (n=0, 1, 2, …) в единичной системе. Получить в этой же системе число n.

59. Пусть P имеет вид Q+R, где Q и R – непустые слова из символов 0, 1 и 2. Трактуя Q и R как записи троичных чисел (возможно, с незначащими нулями), выдать в качестве ответа запись суммы этих чисел в той же троичной системе.

60. Пусть P имеет вид $Q–R$, где Q и R – непустые слова из символов 0, 1 и 2. Трактуя Q и R как записи неотрицательных троичных чисел (возможно, с незначащими нулями) и считая, что $Q \geq R$, выдать в качестве ответа запись разности этих чисел в той же троичной системе.

61. Пусть P имеет вид $Q=R$, где Q и R – любые слова из символов a и b. Выдать ответ a, если слова Q и R одинаковы, и пустое слово иначе.

62. Пусть P имеет вид $Q=R$, где Q и R – непустые слова из символов 0 и 1. Трактуя Q и R как записи двоичных чисел (возможно, с незначащими нулями), выдать в качестве ответа слово 1, если эти числа равны, и слово 0 иначе.

63. Пусть P имеет вид $Q>R$, где Q и R – непустые слова из символов 0 и 1. Трактуя Q и R как записи двоичных чисел (возможно, с незначащими нулями), выдать в качестве ответа слово 1, если число Q больше числа R, и слово 1 иначе.

64. A={(,)}. Определить, сбалансировано ли слово P по круглым скобкам. Ответ: *Д* (да) или *Н* (нет)

65. $A = \{a, b\}$. Перевернуть слово P (например: $abb \to bba$).