Лабораторная работа №1.
Метод деления отрезка пополам

Задание:Найти положение точки экстремума и экстремальные значения целевой функции ***f(x)*** на интервале **[a, b]** методом золотого сечения. Длина конечного интервала неопределенности не должна превышать **0,0001**.

Номер варианта	Вид целевой функции *f*(*x*)	a	b	Экстремум
1	$\frac{x^3}{3}+2\left(e^{-x}-x^2+2x\right)$			Max
2	$x\left(\ln x-1\right)-\frac{1}{\pi}\sin \pi x$	0,5	1,5	Min
3	$0.5e^x+\frac{x^3}{3}-2x-4$			Min
4	$x^4-14x^3+60x^2-70x$			Min
5	$-e^{-x}+4\cos\frac{x}{2}+1$			Max
6	$\frac{x^3}{3}-x^2+x-2\sin x$			Min
7	$\frac{1}{8}\left(\sin 2x-2x\right)-e^{-x}$	0,5	1,5	Max
8	$x^4+4x^2-32x+5$			Min
9	$\frac{2}{3}\sqrt{\left(x+1\right)^3}-\frac{4}{\pi}\sin\frac{\pi x}{2}$			Min
10	$2x^2+3e^{-x}+1$			Min
11	$3x^4-16x^3+6x^2+72x-1$	-1,4	-0,4	Min
12	$\frac{3}{\pi}\sin \pi x+\frac{x^2}{2}-x$			Max
13	$\frac{e^{1.2x}}{1.2}+\frac{2x^3}{3}-\frac{3}{2}x$			Min
14	$1+2x^2-\frac{x^4}{4}$	-2,8	-1,8	Max
15	$\ln x-\frac{3}{\pi}\sin \pi x$			Max
16	$\frac{x^3}{3}-2x^2+4x-e^x$			Max
17	$0.4x^3-\frac{1}{\pi}\sin \pi x$			Min

18	$x^4+2x^2-128x+87$	2,5	3,5	Min
19	$x\ln 2x-x+\frac{1}{\pi}\cos\pi x$	0,5	1,5	Min
20	$x+\cos 2x-3$			Max
21	$4x-\operatorname{tg}x+1$	0,2	1,2	Max
22	$e^{-x}+\frac{1}{3}\left(4\sqrt{x^3}-1\right)$			Min
23	$\frac{1}{3}\left(x^3+2\right)+0.2\cos 5x$	0,2	1,2	Min
24	$2\ln x-\sin\pi x$			Max
25	$e^x-2x+\frac{1}{3}\left(x^3+1\right)$			Min
26	$3x^4-16x^3-24x^2-60x+25$	4,8	5,8	Min
27	$\frac{x^4}{4}-x^3+10$	2,3	3,3	Min
28	$\frac{10}{4x^3-9x^2+6x}$	0,2	1,2	Max
29	$\sqrt[3]{2x^3+3x^2-36x}$	1,7	2,7	Min
30	$\frac{x^3}{3}-2x^2+4x-2e^x$			Max
31	$2x-x^2-x\ln x$	0,1	1,1	Max
32	$x-\ln x+5$	0,3	1,3	Min
33	$\frac{x^4}{x^3-1}$	1,1	2,1	Min
34	$\frac{4}{x}+\frac{1}{x^4}$	-1,4	-0,4	Min
35	$e^{-x}+e^{2x}+3$	-1		Min
36	$1.2\ln x-\frac{3}{\pi}\sin\pi x$			Min
37	$\frac{2x^3}{3}+\frac{\cos 4x}{4}+3$			Min
38	$x^2e^{-x}-1$	1,4	2,4	Max
39	$\frac{x^2-6x+13}{x-3}$	4,6	5,6	Min
40	$e^{-x}+1.2\sqrt{x^3}$			Min

41	$\ln x(x-2)-x+1$			Min
42	$x(\ln 3x-1)+\frac{1}{3}\cos 3x$	0,5	1,5	Min
43	$\frac{1}{3}\left(1.4x^3-\sin 3x\right)-2$			Min
44	$3x^4-8x^3+6x^2+5$	-0,4	0,6	Min
45	$\frac{4x}{x^2+4}$	1,6	2,6	Max
46	$\sin 2x-x+3$			Max
47	$3x^5-5x^3$	0,5	1,5	Min
48	$\frac{12\sqrt[3]{(x+2)^2}}{x^2+8}$	-2,4	-1,4	Min
49	$x+\mathrm{arcctg}\,2x$			Min
50	$\frac{4}{3}\sqrt{x^3}-\frac{2}{\pi}\sin\frac{\pi x}{2}$			Min

Содержание отчета:

1. Название, цель работы и задание.
2. Математическое описание, алгоритм и текст программы.
3. Таблица результатов расчета, выводы по работе.

Вопросы для самоподготовки

1. Что такое оптимизация?

2. Что понимается под количественной оценкой оптимизируемого качества?

3. Какие типы задач оптимизации существуют?

4. В чем состоит безусловная задача оптимизации?

5. В чем состоит условная задача оптимизации?

6. В каком случае используется одномерная оптимизация?

7. В чем состоит основная задача одномерной оптимизации?

8. Дайте сравнительную характеристику методов одномерной оптимизации.

9. Метод сканирования.

10. Метод локализации.

11. Метод золотого сечения.

12. Метод поиска с использованием чисел Фибоначчи.

Теоретический материал

Рассмотрим простейший однопараметрический метод безусловной оптимизации – **деления отрезка пополам**. Этот метод является *методом прямого поиска*. В нем при поиске экстремума целевой функции используются только вычисленные значения целевой функции.

Дана функция `F(x)`. Необходимо найти $\overline{x}$, доставляющий минимум (или максимум) функции `F(x)` на интервале `[a,b]` с заданной точностью ε, т.е. найти

$$\overline{x} = \arg\min F(x), \ \overline{x} \in [a, b].$$

Запишем словесный алгоритм метода.

1) На каждом шаге процесса поиска делим отрезок `[a,b]` пополам, `x=(a+b)/2` - координата середины отрезка `[a,b]`.

2) Вычисляем значение функции `F(x)` в окрестности $\pm\varepsilon$ вычисленной точки `x`, т.е.

$$F1 = F(x - \varepsilon),$$
$$F2 = F(x + \varepsilon).$$

3) Сравниваем `F1` и `F2` и отбрасываем одну из половинок отрезка `[a,b]` (рис. 9.1).

При поиске минимума:

Если `F1<F2`, то отбрасываем отрезок `[x,b]`, тогда `b=x`. (рис. 9.1.а)

Иначе отбрасываем отрезок `[a,x]`, тогда `a=x`. (рис. 9.1.б)

При поиске максимума:

Если `F1<F2`, то отбрасываем отрезок `[a,x]`, тогда `a=x`.

Иначе отбрасываем отрезок `[x,b]`, тогда `b=x`.

4) Деление отрезка `[a,b]` продолжается, пока его длина не станет меньше заданной точности ε, т.е. $|b - a| \leq \varepsilon$

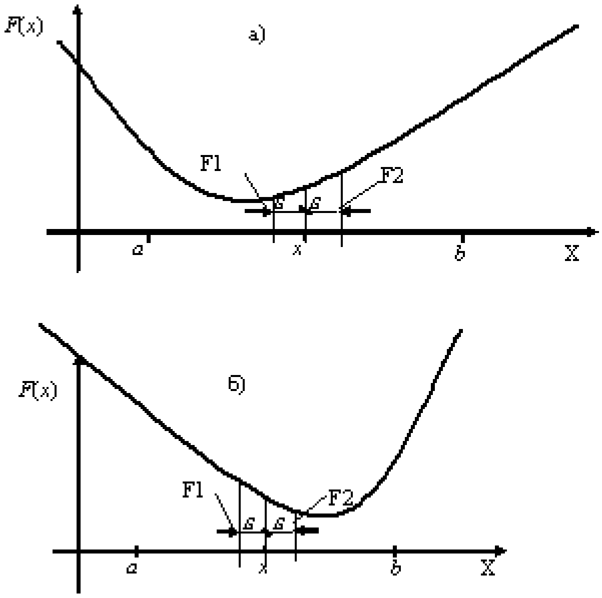

Рис. 9.1. Поиск экстремума функции F(x) методом дихотомии

Схема алгоритма **деления отрезка пополам** представлена на рис 9.2.

На рис 9.2: `c` - константа,

$$c = \begin{cases} 1 & (\text{поиск минимума функции } F(x)), \\ -1 & (\text{поиск максимума функции } F(x)), \end{cases}$$

При выводе `x` – координата точки, в которой функция `F(x)` имеет минимум (или максимум), `FM` – значение функции `F(x)` в этой точке.

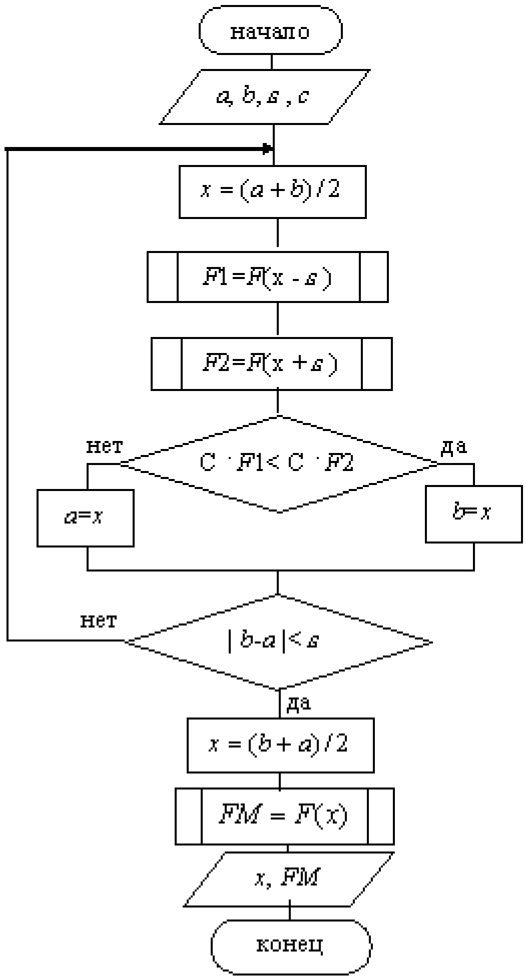

Рис. 9.2. Схема алгоритма метода дихотомии
деления отрезка пополам