**КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ**

Одна из наиболее распространенных задач статистического исследования состоит в изучении связи между выборками. Обычно связь между выборками носит не функциональный, а вероятност­ный (или стохастический) характер. В этом случае нет строгой, однозначной зависимости между величинами.

Корреляционный анализ состоит в определении степени связи (корреляции) между двумя случайными величинами *X* и *Y*.

***1. Корреляция по Пирсону***

***1.1. Задания***

Определить существует ли корреляция между заданными показателями.

В данной работе используются сведения об обобщенных экономических показателях РФ в 2004 г. в различных округах (данные находятся в п*риложении 1*).

Варианты заданий:

|  |  |
| --- | --- |
| Вариант | Сравниваемые данные |
| 1 | X1 – X2 |
| 2 | X1 – X3 |
| 3 | X1 – X4 |
| 4 | X1 – X5 |
| 5 | X1 – X6 |
| 6 | X2 – X3 |
| 7 | X2 – X4 |
| 8 | X2 – X5 |
| 9 | X2 – X6 |
| 10 | X3 – X4 |
| 11 | X3 – X5 |
| 12 | X3 – X6 |
| 13 | X4 – X5 |
| 14 | X4 – X6 |
| 15 | X5 – X6 |

***2.1.2. Основные сведения***

Для оценки степени взаимосвязи величин *X* и *Y*, измеренных в количественных шкалах, используется коэффициент линейной корреляции по Пирсону, предполагающий, что выборки X и Y распределены по нормальному закону.

Сам коэффициент рассчитывается по формуле:

, (1)

где *n* – количество сравниваемых пар свойств;

*xi* , *yi* - *i*-ые значения первого и второго свойства объекта;

 - средние значения первого и второго свойства объекта.

Коэффициент корреляции определяет степень, тесноту линейной связи между величинами и может принимать значения от –1 до +1.

Значение +1 означает строгую прямолинейную зависимость.

Значение -1 означает строгую обратную линейную зависимость.

Значение 0 означает полное отсутствие взаимосвязи.

Если значения коэффициента по модулю близки к 1, то имеет место сильная корреляция.

Если значение коэффициента близко к 0, то корреляция между свойствами отсутствует.

Для объективного ответа на вопрос о наличии линейной корреляционной связи необходима проверка соответствующей статистической гипотезы.

Проверка производится следующим образом:

- рассчитанное значение коэффициента сравнивается с критическим значением при выбранном уровне значимости и числе степеней свободы *f*, равном *(n-2*) (критические значения коэффициента корреляции приведены в п*риложении 3*)*.*

- если рассчитанное значение больше критического, то принимается гипотеза о том, что между показателями имеет место статистически существенная взаимосвязь;

- в противном случае у нас нет оснований говорить о наличии взаимосвязи между показателями.

В Excel формула (1) реализована в виде функции **КОРРЕЛ** со следующим форматом:

**КОРРЕЛ(Массив1; Массив2),**

где *Массив1, Массив2* –ряды данных, между которыми рассчитывается корреляция.

**Например**

Пусть исходные ряды данных размещены следующим образом:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **B** | **С** | **D** |
| **1** |  |  |  |
| **2** |  |  |  |
| **3** |  | **Уровень промышленного**  **производства** | **Уровень с/х производства** |
| **4** |  | 76 | 12 |
| **5** |  | 11 | 71 |
| **6** |  | 42 | 50 |
| **…** |  | **…** | **…** |
| **...** |  | **…** | **…** |
| **…** |  | **…** | **…** |
| **83** |  | 26 | 72 |
| **84** |  | 29 | 69 |

Тогда для расчета коэффициента корреляции необходимо ввести формулу:

**КОРРЕЛ(C4:C84; D4:D84).**

***2.2. Корреляция по Спирмену***

***2.2.1. Задания***

Определить существует ли корреляция между заданными показателями.

В данной работе используются сведения об обобщенных экономических показателях РФ в 2004 г. в различных округах (данные находятся в п*риложении 2*).

Варианты заданий:

|  |  |
| --- | --- |
| Вариант | Сравниваемые данные |
| 1 | X1 – X2 |
| 2 | X1 – X3 |
| 3 | X1 – X4 |
| 4 | X1 – X5 |
| 5 | X1 – X6 |
| 6 | X2 – X3 |
| 7 | X2 – X4 |
| 8 | X2 – X5 |
| 9 | X2 – X6 |
| 10 | X3 – X4 |
| 11 | X3 – X5 |
| 12 | X3 – X6 |
| 13 | X4 – X5 |
| 14 | X4 – X6 |
| 15 | X5 – X6 |

***2.2.2. Основные сведения***

Коэффициент ранговой корреляции Спирмена — используется для оценки силы связи между величинами, которые представляют не числовые значения, а соответствующие им ранги.

Ранжирование производится по признакам, которые нельзя выразить численно: субъективные оценки, предпочтения и т.д. При экспертных оценках можно ранжировать оценки разных экспертов и найти их корреляции друг с другом, чтобы затем исключить из рассмотрения оценки эксперта, слабо коррелирующие с оценками других.

Ранги – порядковые номера значений случайной величины в ранжированном ряду. Ранжировать оба признака необходимо в одном и том же направлении (по возрастанию или убыванию).

Расчет коэффициента производится по формуле:

, (2)

где *n* – количество сравниваемых пар рангов;

*xi* , *yi* - *i*-ые значения рангов первого и второго объекта.

Коэффициент корреляция по Спирмену, также как и по Пирсону может принимать значения от –1 до +1.

Проверка на статистическую значимость производится аналогично:

- рассчитанное значение коэффициента сравнивается с критическим значением при выбранном уровне значимости и числе степеней свободы *f*, равном *(n-2*) (критические значения коэффициента корреляции приведены в п*риложении 4*).

- если рассчитанное значение больше критического, то принимается гипотеза о том, что между показателями имеет место статистически существенная взаимосвязь;

- в противном случае у нас нет оснований говорить о наличии взаимосвязи между показателями.

**Например**

Цель эксперимента:

- определить – существует ли связь между склонностью учащихся к математике и к музыке.

Методика эксперимента:

- учителя музыки и математики проранжировали (расставили) учеников в порядке убывания одаренности по своим предметам.

Результаты:

Результаты ранжирования и некоторые промежуточные вычисления приведены в таблице:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Ученик | Склонность | |  |  |
| к математике | к музыке |
| а | 1 | 4 | -3 | 9 |
| б | 8 | 5 | 3 | 9 |
| в | 4 | 10 | -6 | 36 |
| г | 2 | 1 | 1 | 1 |
| д | 10 | 8 | 2 | 4 |
| е | 5 | 6 | -1 | 1 |
| ж | 3 | 9 | -6 | 36 |
| з | 7 | 2 | 5 | 25 |
| е | 9 | 3 | 6 | 36 |
| и | 6 | 7 | -1 | 1 |
| Сумма | | | | 158 |

Расчет коэффициента корреляции по формуле (2) дает следующее значение:



При уровне значимости = 0,05 и количестве сравниваемых рангов = 10 критическое значение коэффициента равно 0, 564.

Вычисленное значение меньше критического.

Поэтому делается вывод: корреляция между склонностью к музыке и склонностью к математике отсутствует.

Приложение 1

Общие показатели по регионам за 2004 г.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | **X1** | **X2** | **X3** | **X4** | **X5** | **X6** |
| № п/п | Наименование региона | Числен. Населения (тыс. чел.) | Среднедуш. Доходы  (в мес.руб.) | Объем  пром.прод. (млн.руб.) | Прод.сел. хоз-ва (млн.руб.) | Оборот рознич.торг (млн.руб.) | Инвестиции  в основой капитал (млн.руб.) |
| 1 | Алтайский край | 2621 | 1589,4 | 38882 | 33310 | 32311 | 7202 |
| 2 | Амурская обл. | 982 | 1895 | 12505 | 8440 | 13562 | 15818 |
| 3 | Архангельская обл. | 1429 | 2522 | 44470 | 5671 | 24233 | 15411 |
| 4 | Астраханская обл. | 1009 | 2047,9 | 22011 | 3982 | 14371 | 16350 |
| 5 | Белгородская обл. | 1498 | 1819,1 | 51780 | 19912 | 20860 | 13496 |
| 6 | Брянская обл. | 1410 | 1482 | 18816 | 11125 | 13711 | 3700 |
| 7 | Владимирская обл. | 1574 | 1335,1 | 45750 | 8277 | 14561 | 6316 |
| 8 | Волгоградская обл. | 2637 | 1578,5 | 70475 | 24968 | 30519 | 17502 |
| 9 | Вологодская обл. | 1301 | 2284,5 | 89836 | 11672 | 17867 | 10666 |
| 10 | Воронежская обл. | 2415 | 1729 | 42468 | 23821 | 38019 | 10100 |
| 11 | Еврейская автономная область | 195 | 1897,5 | 1426 | 1307 | 2519 | 398 |
| 12 | Ивановская обл. | 1191 | 1021,5 | 18448 | 4556 | 9638 | 2413 |
| 13 | Иркутская обл. | 2713 | 2658,9 | 100926 | 15046 | 50247 | 12761 |
| 14 | Кабардино-Балкарская Республика | 782 | 1559,6 | 8655 | 11225 | 8878 | 3046 |
| 15 | Калининградская обл. | 943 | 1882,2 | 18884 | 4423 | 14154 | 7885 |
| 16 | Калужская обл. | 1059 | 1566,2 | 29348 | 7421 | 12059 | 6511 |
| 17 | Камчатская обл. | 380 | 3904,1 | 19563 | 1541 | 8487 | 4237 |
| 18 | Карачаево-Черкесская Республика | 428 | 1310 | 3925 | 3695 | 4061 | 1362 |
| 19 | Кемеровская обл. | 2941 | 2928,5 | 123358 | 11286 | 54818 | 22052 |
| 20 | Кировская обл. | 1560 | 1451 | 34270 | 14344 | 16800 | 5132 |
| 21 | Костромская обл. | 766 | 1453,4 | 15968 | 7210 | 8376 | 4091 |
| 22 | Краснодарский край | 4988 | 2074,7 | 69601 | 63045 | 80398 | 58782 |
| 23 | Красноярский край | 3015 | 3362,1 | 187574 | 25667 | 63365 | 32760 |
| 24 | Курганская обл. | 1074 | 1574,3 | 16427 | 10458 | 11329 | 2677 |
| 25 | Курская обл. | 1285 | 1664,5 | 30427 | 14974 | 15090 | 6150 |
| 26 | Ленинградская обл. | 6246 | 2604,3 | 116233 | 17146 | 133908 | 80098 |
| 27 | Липецкая обл. | 1229 | 2183,6 | 67491 | 13924 | 19384 | 8304 |
| 28 | Магаданская обл. | 229 | 3731,2 | 10763 | 383 | 3755 | 2633 |
| 29 | Московская обл. | 14949 | 6723,4 | 248384,5 | 31425 | 1008692 | 243223 |
| 30 | Мурманская обл. | 978 | 4173,7 | 51066 | 1431 | 25000 | 10980 |
| 31 | Нижегородская обл. | 3598 | 2045,3 | 123825 | 18397 | 57513 | 17144 |
| 32 | Новгородская обл. | 711 | 2161,5 | 24100 | 5399 | 11448 | 8100 |
| 33 | Новосибирская обл. | 2717 | 1741,5 | 48490 | 23182 | 52248 | 14084 |
| 34 | Омская обл. | 2127 | 1747,2 | 38149 | 26185 | 30664 | 8713 |
| 35 | Оренбургская обл. | 2199 | 1774,4 | 65611 | 25531 | 21842 | 19546 |
| 36 | Орловская обл. | 884 | 1804,1 | 16190 | 12068 | 12092 | 5785 |
| 37 | Пензенская обл. | 1504 | 1440,5 | 22590 | 10591 | 17090 | 5436 |
| 38 | Пермская обл. | 2924 | 2784,3 | 139825 | 19163 | 542225 | 37657 |
| 39 | Приморский край | 2125 | 2137,1 | 44120 | 7160 | 33838 | 9574 |
| 40 | Псковская обл. | 778 | 1598,1 | 11493 | 6093 | 10004 | 2803 |
| 41 | Республика Адыгея | 445 | 1374,6 | 3118 | 2827 | 5171 | 1612 |
| 42 | Республика Алтай | 205 | 1708 | 468 | 1871 | 1779 | 955 |
| 43 | Республика Башкортостан | 4091 | 2339,7 | 156212 | 36134 | 65663 | 40685 |
| 44 | Республика Бурятия | 1019 | 1765,2 | 16039 | 5532 | 14546 | 5549 |
| 45 | Республика Дагестан | 2179 | 1197 | 6512 | 13049 | 17634 | 5100 |
| 46 | Республика Ингушетия | 466 | 1008,2 | 921 | 1303 | 2440 | 1513 |
| 47 | Республика Калмыкия | 305 | 1488,7 | 1612 | 1661 | 2069 | 5470 |
| 48 | Республика Карелия | 756 | 2666,2 | 28707 | 2139 | 13060 | 10997 |
| 49 | Республика Коми | 1117 | 4274,6 | 68178 | 3445 | 30541 | 23645 |
| 50 | Республика Марий Эл | 750 | 1052,3 | 10407 | 7037 | 6269 | 2012 |
| 51 | Республика Мордовия | 910 | 1497,7 | 18782 | 11560 | 8088 | 4307 |
| 52 | Республика Саха | 983 | 4373,6 | 77570 | 7055 | 20860 | 21214 |
| 53 | Республика Сев.Осетия | 678 | 2420,2 | 7494 | 3752 | 8019 | 2245 |
| 54 | Республика Татарстан | 3768 | 2362,4 | 205285 | 46104 | 61218 | 57328 |
| 55 | Республика Тыва | 310 | 1593,8 | 1127 | 1792 | 2306 | 636 |
| 56 | Республика Хакасия | 576 | 1788,4 | 14223 | 4510 | 6951 | 2450 |
| 57 | Ростовская обл. | 4286 | 2147,4 | 78416 | 35445 | 80619 | 29449 |
| 58 | Рязанская обл. | 1255 | 1701,4 | 29358 | 13487 | 14751 | 11149 |
| 59 | Самарская обл. | 3259 | 3161,3 | 212983 | 21243 | 107059 | 34818 |
| 60 | Саратовская обл. | 2677 | 1783,6 | 54215 | 23741 | 33270 | 13354 |
| 61 | Сахалинская обл. | 584 | 3373,8 | 31130 | 2904 | 11817 | 14970 |
| 62 | Свердловская обл. | 4545 | 2256,9 | 209804 | 22206 | 80787 | 32263 |
| 63 | Смоленская обл. | 1098 | 2124,3 | 32478 | 7822 | 19361 | 8776 |
| 64 | Ставропольский край | 2643 | 1584,9 | 38382 | 26447 | 39461 | 15175 |
| 65 | Тамбовская обл. | 1241 | 1950,3 | 15133 | 12682 | 17011 | 3518 |
| 66 | Тверская обл. | 1552 | 1583 | 35668 | 11218 | 18047 | 10924 |
| 67 | Томская обл. | 1061 | 2646,5 | 32629 | 6672 | 16227 | 14312 |
| 68 | Тульская обл. | 1690 | 1823,9 | 57595 | 12228 | 19219 | 8060 |
| 69 | Тюменская обл. | 2472 | 6965,4 | 558703 | 17319 | 86580 | 281703 |
| 70 | Удмуртская Республика | 1616 | 1833 | 59957 | 13540 | 18968 | 13374 |
| 71 | Ульяновская обл. | 1440 | 1558,9 | 33797 | 10582 | 17555 | 4590 |
| 72 | Хабаровский край | 1486 | 2852 | 68654 | 5221 | 25795 | 15708 |
| 73 | Челябинская обл. | 3629 | 2373,7 | 166567 | 17115 | 52959 | 29579 |
| 74 | Читинская обл. | 1237 | 1315,4 | 11585 | 6822 | 9591 | 9173 |
| 75 | Чувашская Республика | 1346 | 1326,2 | 25726 | 10549 | 13338 | 6428 |
| 76 | Чукотский авт.округ | 74 | 4595,8 | 2812 | 5443 | 1248 | 1648 |
| 77 | Ярославская обл. | 1386 | 2179,3 | 59493 | 8615 | 17664 | 14486 |

Приложение 2

Рейтинги регионов

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | **X1** | **X2** | **X3** | **X4** | **X5** | **X6** |
| **№** | **Регион** | **Уровень коррупции** | **Возможности для ведения бизнеса** | **Свобода слова** | **Права человека** | **Качество жизни** | **Толерантность  населения к мигрантам** |
| 1 | Алтайский край | 76 | 12 | 42 | 28 | 76 | 11 |
| 2 | Амурская обл. | 11 | 71 | 46 | 46 | 42 | 55 |
| 3 | Архангельская обл. | 42 | 50 | 55 | 11 | 47 | 42 |
| 4 | Астраханская обл. | 28 | 45 | 11 | 30 | 28 | 18 |
| 5 | Белгородская обл. | 47 | 18 | 47 | 17 | 46 | 46 |
| 6 | Брянская обл. | 55 | 74 | 76 | 47 | 41 | 41 |
| 7 | Владимирская обл. | 17 | 75 | 41 | 55 | 55 | 76 |
| 8 | Волгоградская обл. | 18 | 7 | 18 | 42 | 18 | 50 |
| 9 | Вологодская обл. | 41 | 41 | 45 | 48 | 11 | 53 |
| 10 | Воронежская обл. | 46 | 37 | 53 | 41 | 50 | 12 |
| 11 | Еврейская авт.обл. | 56 | 20 | 14 | 61 | 56 | 56 |
| 12 | Ивановская обл. | 61 | 21 | 50 | 49 | 53 | 28 |
| 13 | Иркутская обл. | 53 | 6 | 28 | 18 | 51 | 24 |
| 14 | Кабардино-Балкарская Республика | 3 | 47 | 40 | 53 | 21 | 40 |
| 15 | Калининградская обл. | 50 | 1 | 74 | 4 | 17 | 14 |
| 16 | Калужская обл. | 48 | 46 | 2 | 15 | 14 | 65 |
| 17 | Камчатская обл. | 21 | 14 | 56 | 56 | 74 | 6 |
| 18 | Карачаево-Черкесская Республика | 4 | 16 | 65 | 12 | 12 | 21 |
| 19 | Кемеровская обл. | 37 | 24 | 21 | 72 | 40 | 17 |
| 20 | Кировская обл. | 36 | 8 | 44 | 32 | 24 | 51 |
| 21 | Костромская обл. | 51 | 66 | 36 | 76 | 32 | 71 |
| 22 | Краснодарский край | 15 | 64 | 24 | 44 | 61 | 45 |
| 23 | Красноярский край | 30 | 51 | 12 | 3 | 16 | 20 |
| 24 | Курганская обл. | 77 | 55 | 51 | 40 | 36 | 37 |
| 25 | Курская обл. | 52 | 25 | 6 | 67 | 48 | 47 |
| 26 | Ленинградская обл. | 40 | 40 | 15 | 74 | 75 | 44 |
| 27 | Липецкая обл. | 44 | 58 | 17 | 50 | 2 | 36 |
| 28 | Магаданская обл. | 16 | 42 | 4 | 52 | 6 | 25 |
| 29 | Московская обл. | 67 | 2 | 37 | 39 | 1 | 7 |
| 30 | Мурманская обл. | 24 | 33 | 32 | 21 | 4 | 75 |
| 31 | Нижегородская обл. | 63 | 34 | 75 | 16 | 44 | 16 |
| 32 | Новгородская обл. | 49 | 44 | 48 | 63 | 45 | 1 |
| 33 | Новосибирская обл. | 12 | 35 | 16 | 7 | 58 | 15 |
| 34 | Омская обл. | 27 | 60 | 58 | 2 | 25 | 68 |
| 35 | Оренбургская обл. | 74 | 56 | 25 | 77 | 67 | 32 |
| 36 | Орловская обл. | 65 | 36 | 61 | 24 | 20 | 27 |
| 37 | Пензенская обл. | 58 | 5 | 63 | 75 | 65 | 34 |
| 38 | Пермская обл. | 25 | 68 | 67 | 71 | 37 | 63 |
| 39 | Приморский край | 9 | 70 | 71 | 37 | 71 | 74 |
| 40 | Псковская обл. | 75 | 15 | 20 | 6 | 15 | 39 |
| 41 | Республика Адыгея | 2 | 10 | 66 | 66 | 3 | 10 |
| 42 | Республика Алтай | 6 | 11 | 34 | 14 | 9 | 9 |
| 43 | Республика Башкортостан | 32 | 65 | 64 | 19 | 66 | 66 |
| 44 | Республика Бурятия | 71 | 31 | 1 | 51 | 70 | 30 |
| 45 | Республика Дагестан | 1 | 4 | 10 | 9 | 7 | 48 |
| 46 | Республика Ингушетия | 5 | 77 | 39 | 36 | 63 | 58 |
| 47 | Республика Калмыкия | 14 | 63 | 3 | 68 | 69 | 13 |
| 48 | Республика Карелия | 66 | 39 | 7 | 65 | 27 | 60 |
| 49 | Республика Коми | 20 | 57 | 33 | 45 | 52 | 70 |
| 50 | Республика Марий Эл | 7 | 32 | 30 | 58 | 35 | 5 |
| 51 | Республика Мордовия | 70 | 22 | 5 | 70 | 34 | 33 |
| 52 | Республика Саха | 68 | 27 | 60 | 27 | 30 | 67 |
| 53 | Республика Сев.Осетия | 8 | 62 | 68 | 20 | 72 | 77 |
| 54 | Республика Татарстан | 34 | 9 | 77 | 25 | 8 | 61 |
| 55 | Республика Тыва | 45 | 43 | 70 | 13 | 49 | 64 |
| 56 | Республика Хакасия | 35 | 54 | 35 | 73 | 77 | 3 |
| 57 | Ростовская обл. | 10 | 73 | 27 | 26 | 68 | 72 |
| 58 | Рязанская обл. | 69 | 53 | 49 | 69 | 60 | 2 |
| 59 | Самарская обл. | 72 | 3 | 72 | 31 | 5 | 4 |
| 60 | Саратовская обл. | 39 | 26 | 22 | 38 | 10 | 31 |
| 61 | Сахалинская обл. | 64 | 17 | 8 | 5 | 38 | 8 |
| 62 | Свердловская обл. | 60 | 13 | 52 | 59 | 13 | 35 |
| 63 | Смоленская обл. | 13 | 48 | 57 | 62 | 33 | 52 |
| 64 | Ставропольский край | 33 | 38 | 9 | 33 | 73 | 19 |
| 65 | Тамбовская обл. | 38 | 29 | 13 | 60 | 19 | 49 |
| 66 | Тверская обл. | 19 | 19 | 26 | 10 | 31 | 57 |
| 67 | Томская обл. | 23 | 59 | 19 | 8 | 54 | 73 |
| 68 | Тульская обл. | 59 | 23 | 31 | 35 | 23 | 62 |
| 69 | Тюменская обл. | 31 | 61 | 38 | 23 | 43 | 23 |
| 70 | Удмуртская Республика | 73 | 28 | 43 | 34 | 22 | 59 |
| 71 | Ульяновская обл. | 54 | 67 | 73 | 64 | 57 | 38 |
| 72 | Хабаровский край | 43 | 30 | 23 | 29 | 62 | 43 |
| 73 | Челябинская обл. | 57 | 49 | 54 | 1 | 39 | 54 |
| 74 | Читинская обл. | 62 | 52 | 62 | 57 | 59 | 22 |
| 75 | Чувашская Республика | 22 | 76 | 59 | 43 | 26 | 26 |
| 76 | Чукотский авт.округ | 26 | 72 | 29 | 54 | 64 | 29 |
| 77 | Ярославская обл. | 29 | 69 | 69 | 22 | 29 | 69 |

Приложение 3

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | Критические значения коэффициента корреляции по Пирсону | | | | | |
|  |  |  | |  |  |  |  |
|  |  | **Уровень значимости** | | | | | |
|  |  | **0,1** | **0,05** | | **0,02** | **0,01** | **0,001** |
| **Число степени свободы (f = N-2)** | 1 | 0,98769 | 0,99692 | | 0,9995 | 0,999877 | 0,9999988 |
| 2 | 0,9 | 0,95 | | 0,98 | 0,99 | 0,999 |
| 3 | 0,8054 | 0,8783 | | 0,934 | 0,95873 | 0,99116 |
| 4 | 0,7293 | 0,8114 | | 0,882 | 0,9172 | 0,97406 |
| 5 | 0,6694 | 0,7545 | | 0,833 | 0,8745 | 0,95074 |
| 6 | 0,6215 | 0,7067 | | 0,789 | 0,8343 | 0,92493 |
| 7 | 0,5822 | 0,6664 | | 0,75 | 0,7977 | 0,8982 |
| 8 | 0,5494 | 0,6319 | | 0,715 | 0,7646 | 0,8721 |
| 9 | 0,5214 | 0,6021 | | 0,685 | 0,7348 | 0,8471 |
| 10 | 0,4973 | 0,576 | | 0,658 | 0,7079 | 0,8233 |
| 11 | 0,4762 | 0,5529 | | 0,634 | 0,6835 | 0,801 |
| 12 | 0,4575 | 0,5324 | | 0,612 | 0,6614 | 0,78 |
| 13 | 0,4409 | 0,5139 | | 0,592 | 0,6411 | 0,7603 |
| 14 | 0,4259 | 0,4973 | | 0,574 | 0,6226 | 0,742 |
| 15 | 0,4124 | 0,4821 | | 0,558 | 0,6055 | 0,7246 |
| 16 | 0,4 | 0,4683 | | 0,542 | 0,5897 | 0,7084 |
| 17 | 0,3887 | 0,4555 | | 0,529 | 0,5751 | 0,6932 |
| 18 | 0,3783 | 0,4438 | | 0,515 | 0,5614 | 0,6787 |
| 19 | 0,3687 | 0,4329 | | 0,503 | 0,5487 | 0,6652 |
| 20 | 0,3598 | 0,4227 | | 0,492 | 0,5368 | 0,6524 |
| 21 | 0,352 | 0,413 | | 0,482 | 0,526 | 0,64 |
| 22 | 0,344 | 0,404 | | 0,472 | 0,515 | 0,629 |
| 23 | 0,337 | 0,396 | | 0,462 | 0,505 | 0,618 |
| 24 | 0,33 | 0,388 | | 0,453 | 0,496 | 0,607 |
| 25 | 0,3233 | 0,3809 | | 0,482 | 0,4869 | 0,5974 |
| 30 | 0,296 | 0,3494 | | 0,4487 | 0,4487 | 0,5541 |
| 35 | 0,2746 | 0,3246 | | 0,4182 | 0,4182 | 0,5189 |
| 40 | 0,2573 | 0,3044 | | 0,3932 | 0,3932 | 0,4896 |
| 45 | 0,2428 | 0,2875 | | 0,3721 | 0,3721 | 0,4648 |
| 50 | 0,2306 | 0,2732 | | 0,3541 | 0,3541 | 0,4433 |
| 60 | 0,2108 | 0,25 | | 0,3248 | 0,3248 | 0,4078 |
| 70 | 0,1954 | 0,2319 | | 0,3017 | 0,3017 | 0,3799 |
| 80 | 0,1829 | 0,2172 | | 0,283 | 0,283 | 0,3568 |
| 90 | 0,1726 | 0,205 | | 0,2673 | 0,2673 | 0,3375 |
| 100 | 0,1638 | 0,1946 | | 0,254 | 0,254 | 0,3211 |
| 120 | 0,15 | 0,178 | | 0,21 | 0,21 | 0,294 |
| ∞ | 0,073 | 0,087 | | 0,103 | 0,103 | 0,146 |

Приложение 4

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Критические значения коэффициента корреляции по Спирмену | | | | |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  | **Уровень значимости** | | | |
|  |  | **0,05** | **0,025** | **0,01** | **0,005** |
| **Число сравниваемых пар значений (рангов), N** | **5** | 0,9 |  |  |  |
| **6** | 0,829 | 0,886 | 0,943 |  |
| **7** | 0,714 | 0,786 | 0,893 |  |
| **8** | 0,643 | 0,738 | 0,833 | 0,881 |
| **9** | 0,6 | 0,683 | 0,783 | 0,833 |
| **10** | 0,564 | 0,648 | 0,745 | 0,794 |
| **11** | 0,523 | 0,623 | 0,736 | 0,818 |
| **12** | 0,497 | 0,591 | 0,703 | 0,78 |
| **13** | 0,475 | 0,566 | 0,673 | 0,745 |
| **14** | 0,457 | 0,545 | 0,646 | 0,716 |
| **15** | 0,441 | 0,525 | 0,623 | 0,689 |
| **16** | 0,425 | 0,507 | 0,601 | 0,666 |
| **17** | 0,412 | 0,49 | 0,582 | 0,645 |
| **18** | 0,399 | 0,476 | 0,564 | 0,625 |
| **19** | 0,388 | 0,462 | 0,549 | 0,608 |
| **20** | 0,377 | 0,45 | 0,534 | 0,591 |
| **21** | 0,368 | 0,438 | 0,521 | 0,576 |
| **22** | 0,359 | 0,428 | 0,508 | 0,562 |
| **23** | 0,351 | 0,418 | 0,496 | 0,549 |
| **24** | 0,343 | 0,409 | 0,485 | 0,537 |
| **25** | 0,336 | 0,4 | 0,475 | 0,526 |
| **26** | 0,329 | 0,392 | 0,465 | 0,515 |
| **27** | 0,323 | 0,385 | 0,456 | 0,505 |
| **28** | 0,317 | 0,377 | 0,448 | 0,496 |
| **29** | 0,311 | 0,37 | 0,44 | 0,487 |
| **30** | 0,305 | 0,364 | 0,432 | 0,478 |
| **31** | 0,303 | 0,36 |  | 0,46 |
| **32** | 0,3 | 0,36 |  | 0,45 |
| **33** | 0,297 | 0,34 |  | 0,45 |
| **34** | 0,295 | 0,34 |  | 0,44 |
| **35** | 0,288 | 0,33 |  | 0,43 |
| **36** | 0,285 | 0,33 |  | 0,43 |
| **37** | 0,282 | 0,33 |  | 0,43 |
| **38** | 0,28 | 0,32 |  | 0,41 |
| **39** | 0,279 | 0,32 |  | 0,41 |
| **40** | 0,276 | 0,31 |  | 0,4 |
| **50** | 0,272 | 0,31 |  |  |
| **70** | 0,269 | 0,3 |  |  |
| **100** | 0,257 | 0,29 |  |  |