**Матричные операции**

1. Рисунок представляет собой прямоугольную матрицу, каждый пиксель которой может быть черным или белым. Найти площадь максимального субпрямоугольника, у которого все стороны черные. Если решать в «лоб», то трудоемкость равна O(N4).
2. Дана отсортированная матрица. Разработать программу поиска в ней заданного числа эффективностью O(Log2(N)). Отсортированная матрица представляет собой такую матрицу, в которой элементы, находящиеся выше и левее заданного элемента меньше заданного. Пример отсортированной матрицы:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 10 | 20 | 30 | 40 |
| 50 | 60 | 70 | 80 |
| 90 | 100 | 110 | 120 |
| 130 | 140 | 150 | 160 |

1. **Произведение матриц**

A=$\left|\begin{matrix}1&2&3\\4&5&6\end{matrix}\right|$ B=$\left|\begin{matrix}3&7\\4&8\\5&9\end{matrix}\right|$ >> A\*B=$\left|\begin{matrix}26&50\\62&122\end{matrix}\right|$

1. **Деление матриц**

A=$\left|\begin{matrix}26&50\\62&122\end{matrix}\right|$ B=$\left|\begin{matrix}3&7\\4&8\\5&9\end{matrix}\right|$ >> A/B=$\left|\begin{matrix}1&2&3\\4&5&6\end{matrix}\right|$

1. **Нормализация матриц**

A=$\left|\begin{matrix}0&5&10\\5&3&1\\50&25&100\end{matrix}\right|$ >> $\left|\begin{matrix}0&0,5&1\\1&0,5&0\\0,333&0&1\end{matrix}\right|$

1. **Обращение (инверсия) матриц**

A=$\left|\begin{matrix}2&2&3\\4&1&1\\5&1&1\end{matrix}\right|$ >> A-1=$\left|\begin{matrix}0&-1&1\\-1&13&-10\\1&-8&6\end{matrix}\right|$

1. **Возведение в степень**

A=$\left|\begin{matrix}2&2&3\\4&1&1\\5&1&1\end{matrix}\right|$ >> A3= $\left|\begin{matrix}145&74&101\\144&58&75\\171&67&86\end{matrix}\right|$

1. **Извлечение корня**

A=$\left|\begin{matrix}27&9&11\\17&10&14\\19&12&17\end{matrix}\right|$ >> $\sqrt[2]{A}$= $\left|\begin{matrix}2&2&3\\4&1&1\\5&1&1\end{matrix}\right|$

1. **Вычисление определителя**

A=$\left|\begin{matrix}2&2&3\\4&1&1\\5&1&1\end{matrix}\right|$ Det(A)=-1

1. **Вращение матриц**

Обычно применяется для 3D-матриц, которые представляют собой матрицы координат точек в трехмерном пространстве. При этом первая координата соответствует оси X, вторая - оси Y, третья – оси Z. Соответственно возможно вращение матрицы вокруг любой из трех осей.

Например, дана матрица:

A=$\left|\begin{matrix}(1,2,3)&(2,3,4)&6,3,5)\\(4,1,3)&(7,9,3)&(0,5,4)\end{matrix}\right|$

 При ее вращении вокруг оси Y на угол $π/2$ получим:

A=$\left|\begin{matrix}(3,2,1)&(4,3,2)&5,3,6)\\(3,1,4)&(3,9,7)&(4,5,0)\end{matrix}\right|$

1. **Сравнение матриц**

A=$\left|\begin{matrix}2&2&3\\4&1&1\\15&3&3\end{matrix}\right|$ B=$\left|\begin{matrix}4&4&6\\4&1&1\\5&1&1\end{matrix}\right|$

A=B поскольку, если умножить первую строку матрицы А на 2, а третью строку матрицы А разделить на 3, то получим

А=$\left|\begin{matrix}4&4&6\\4&1&1\\5&1&1\end{matrix}\right|$=B

1. Напишите код поиска субматрицы с максимально возможной суммой в матрице N\*N, содержащей положительные и отрицательные числа. Если решать в «лоб», то трудоемкость равна O(N6).
2. Дана матрица N\*N, элементами которой являются различные целые числа. Составить программу линейной сложности, находящую в указанной матрице любой локальный минимум. Локальным минимумом матрицы называется элемент, который меньше всех своих четырёх соседей (или трёх, если этот элемент лежит на границе; или двух, если это угловой элемент). Обратите внимание, что от нас требуется линейное по n время, хотя в матрице квадратичное по n число элементов. Поэтому предполагается, что матрица уже считана в память.
3. **Приведение матриц к треугольному виду (1)**

A=$\left|\begin{matrix}4&5&6\\1&0&0\\3&2&0\end{matrix}\right|$ >> $\left|\begin{matrix}1&0&0\\3&2&0\\4&5&6\end{matrix}\right|$

1. **Приведение матриц к треугольному виду (2)**

A=$\left|\begin{matrix}0&0&1\\4&5&6\\0&2&3\end{matrix}\right|$ >> $\left|\begin{matrix}0&0&1\\0&2&3\\4&5&6\end{matrix}\right|$

1. **Приведение матриц к треугольному виду (3)**

A=$\left|\begin{matrix}1&0&0\\4&5&6\\3&2&0\end{matrix}\right|$ >> $\left|\begin{matrix}4&5&6\\3&2&0\\1&0&0\end{matrix}\right|$

1. **Диагонализация матриц (1)**

A=$\left|\begin{matrix}0&2&0\\4&0&0\\0&0&1\end{matrix}\right|$ >> $\left|\begin{matrix}0&0&1\\0&2&0\\4&0&0\end{matrix}\right|$

1. **Диагонализация матриц (2)**

A=$\left|\begin{matrix}0&2&0\\4&0&0\\0&0&1\end{matrix}\right|$ >> $\left|\begin{matrix}4&0&0\\0&2&0\\0&0&1\end{matrix}\right|$