

## Построить и проанализировать алгоритмы БПФ для заданного $N$ .

1. Записать формулу ДПФ и подсчитать количество операций комплексного сложения и комплексного умножения по определению для заданного  $N$ .
2. Построить алгоритм Кули-Тьюки для  $N=N_1 \cdot N_2$ .  $N_1$ -точечное и  $N_2$ -точечное вычислять в соответствии с заданием.
3. Построить граф  $N_1$ -точечного БПФ с прореживанием (в соответствии с заданием для размерности – степени двойки, если таких преобразований 2, то привести граф одного из них). Подсчитать количество операций комплексного сложения и комплексного умножения для каждого алгоритма с длиной - степенью двойки.
4. Подсчитать количество операций комплексного сложения и умножения вычисления  $N$ -точечного БПФ по алгоритму Кули-Тьюки.
5. Сравнить количество операций при вычислении  $N$ -точечного ДПФ по определению с количеством операций при вычислении  $N$ -точечного БПФ по алгоритму Кули-Тьюки.

### Варианты задания

№ вар.	N	N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>	Вид прорезивания		Примечание
				41 группа	42 и 43 гр.	
1.	640	16	40	по времени	по частоте	
2.	192	16	12	по частоте	по времени	
3.	480	32	15	по времени	по частоте	
4.	200	8	25=5*5	по частоте	по времени	5*5 – КТ
5.	24	8	3	по времени	по частоте	
6.	320	64	5	по частоте	по времени	
7.	56	8	7	по времени	по частоте	
8.	60	4	15=5*3	по времени	по частоте	5*3 – КТ
9.	28	4	7	по частоте	по времени	
10.	960	32	30	по времени	по частоте	
11.	240	8	30=5*6	по частоте	по времени	5*6 – КТ
12.	720	16	45	по времени	по частоте	
13.	120	8	15=5*3	по частоте	по времени	5*3 – КТ
14.	40	8	5	по времени	по частоте	
15.	400	16	25	по частоте	по времени	
16.	240	16	15	по времени	по частоте	
17.	300	20=4*5	15	по частоте	по времени	4*5 – КТ
18.	72	8	9	по времени	по частоте	
19.	48	8	6	по частоте	по времени	
20.	96	8	12=4*3	по времени	по частоте	4*3 – КТ, 4-т. – с прорезиванием

## **Пример выполнения контрольной работы «Быстрое преобразование Фурье»**

Задание. Построить и проанализировать алгоритмы БПФ для  $N=20$ .

1. Записать формулу ДПФ и подсчитать количество операций комплексного сложения и комплексного умножения по определению ( $N=20$ ).
2. Построить алгоритм Кули-Тьюки для  $N=20=4*5$ . 5-точечное ДПФ вычислять по определению, 4-точечное по алгоритму с прореживанием по времени.
3. Построить граф 4-точечного БПФ с прореживанием по времени. Подсчитать количество операций комплексного сложения и комплексного умножения.
4. Подсчитать количество операций комплексного сложения и умножения вычисления 20-точечного БПФ по алгоритму Кули-Тьюки.
5. Сравнить количество операций при вычислении 20-точечного ДПФ по определению с количеством операций при вычислении 20-точечного БПФ по алгоритму Кули-Тьюки.

## Выполнение

№ п/п	Пункт задания	Количество операций																																																																																																																		
1	$X(k) = \sum_{n=0}^{19} x(n) \cdot W_{20}^{nk}$ $N=20$	$A_{\text{опр}}(20) = 20 \cdot 19 = 380;$ $M_{\text{опр}}(20) = 20 \cdot 20 = 400$ $A(5) = 4 \cdot 5 = 20;$ $M(5) = 5 \cdot 5 = 25$																																																																																																																		
2	$X(N_2 k_1 + k_2) = \sum_{n_1=0}^3 \left( \sum_{n_2=0}^4 (N_1 n_2 + n_1) W_{N_2}^{n_2 k_2} \right) W_N^{n_1 k_2} W_{N_1}^{n_1 k_1}$ $n = N_1 n_2 + n_1, \quad (1)$ $k = N_2 k_1 + k_2, \quad (2)$ $n_1, k_1 = 0, \dots, N_1 - 1;$ $n_2, k_2 = 0, \dots, N_2 - 1.$ $N_1 = 4, N_2 = 5$ <p>1) отображение входной последовательности в двумерную таблицу в соответствии с (1);</p> <table style="margin-left: 20px;"> <tr> <td style="border: none;"><math>n</math></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">0</td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">1</td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">2</td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">3</td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">4</td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">5</td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">6</td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">...</td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">19</td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> </tr> </table> <table style="margin-left: 100px; margin-top: 20px;"> <tr> <td style="border: none;"><math>n_1, k_1</math></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> </tr> <tr> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none; text-align: center;"><math>n_2, k_2</math></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> </tr> <tr> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none; text-align: center;">0</td> <td style="border: none; text-align: center;">1</td> <td style="border: none; text-align: center;">2</td> </tr> <tr> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none; text-align: center;">3</td> <td style="border: none; text-align: center;">4</td> <td style="border: none;"></td> </tr> <tr> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none; text-align: center;">0</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">0</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">4</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">8</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">12</td> </tr> <tr> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none; text-align: center;">1</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">1</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">9</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">13</td> </tr> <tr> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none; text-align: center;">2</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">2</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">6</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">10</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">14</td> </tr> <tr> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none; text-align: center;">3</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">3</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">7</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">11</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">15</td> </tr> <tr> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;"></td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;"></td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;"></td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;"></td> </tr> </table>	$n$						0						1						2						3						4						5						6						...						19						$n_1, k_1$								$n_2, k_2$							0	1	2				3	4			0	0	4	8	12		1	1	5	9	13		2	2	6	10	14		3	3	7	11	15							<p style="text-align: center;">Комплексных операций нет</p>
$n$																																																																																																																				
0																																																																																																																				
1																																																																																																																				
2																																																																																																																				
3																																																																																																																				
4																																																																																																																				
5																																																																																																																				
6																																																																																																																				
...																																																																																																																				
19																																																																																																																				
$n_1, k_1$																																																																																																																				
		$n_2, k_2$																																																																																																																		
			0	1	2																																																																																																															
			3	4																																																																																																																
	0	0	4	8	12																																																																																																															
	1	1	5	9	13																																																																																																															
	2	2	6	10	14																																																																																																															
	3	3	7	11	15																																																																																																															

2) вычисление  $N_1$  ДПФ длиной  $N_2$  точек (внутренняя сумма);

3)  $N$  умножений на так называемый поворачивающий множитель  $W_N^{n_1 k_2}$ ;

$n_1, k_1$	$n_2, k_2$				
	0	1	2	3	4
0	$W_{20}^0$	$W_{20}^0$	$W_{20}^0$	$W_{20}^0$	$W_{20}^0$
1	$W_{20}^0$	$W_{20}^1$	$W_{20}^2$	$W_{20}^3$	$W_{20}^4$
2	$W_{20}^0$	$W_{20}^2$	$W_{20}^4$	$W_{20}^6$	$W_{20}^8$
3	$W_{20}^0$	$W_{20}^3$	$W_{20}^6$	$W_{20}^9$	$W_{20}^{12}$

4) вычисление  $N_2$  ДПФ длиной  $N_1$  точек (внешняя сумма);

5) отображение таблицы в выходную последовательность в соответствии с (2).

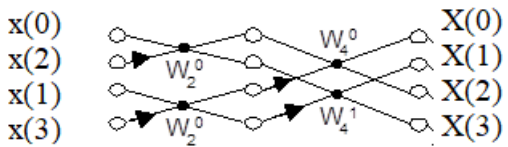

$n_1, k_1$		$n_2, k_2$					$k$
		0	1	2	3	4	
0	0	0	1	2	3	4	0
1	1	5	6	6	8	9	1
2	2	10	11	12	13	14	2
3	3	15	16	17	18	19	3
							4
							5
							6
							...
							19

$N1*A(N2)$   
 $N1*M(N2)$

$N$  умножений

$N2*A(N1)$   
 $N2*M(N1)$

Комплексных операций  
 нет

3	 <p style="text-align: center;"> <math>W_N^0 = W_2^0 = 1, W_N = e^{-j\frac{2\pi}{N}}</math> </p>  <p style="text-align: center;"> <math>X = x + yW,</math>  <math>Y = x - yW.</math> </p>	$A(4) = 4 * \log_2 4 = 8$ $M(4) = 4/2 * \log_2 4 = 4$
4	$A_{KT} = 5 * A(4) + 4 * A(5) = 5 * 8 + 4 * 20 = 120$ $M_{KT} = 5 * M(4) + 4 * M(5) + 20 = 5 * 4 + 4 * 25 + 20 = 140$	
5	Сравнение КТ с алгоритмом по определению $A_{опр} / A_{KT} = 380 / 120 = 3,17$ $M_{опр} / M_{KT} = 400 / 140 = 2,86$	