ЗАДАНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБТЫ ПО САОД

# Амазонки

Есть много вариантов шахматной игры: играют на досках различной формы, добавляют необычные фигуры и т. д. Новые фигуры можно получить, соединив возможности нескольких известных фигур. Например, амазонка – это фигура, которая может ходить как ферзь и как конь. Найти все способы расстановки *n* амазонок на шахматной доске размером *n* × *n* полей. Амазонки должны быть расставлены так, чтобы они не угрожали друг другу.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от *n*.

# Быстрые шахматы

На шахматной доске размером *n* × *n* расставлено *k* фигур. Предполагается использование только следующих типов фигур: ладья, слон, конь, ферзь. За один ход разрешается взять одной фигурой другую (цвет фигур значения не имеет; ходы без взятия делать нельзя). Требуется найти минимальную последовательность ходов, после которой на доске останется одна фигура.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от *n* и *k*.

# Маршруты коня

На шахматной доске размером *n* × *n* определить все возможные маршруты коня, начинающиеся на одном заданном поле шахматной доски и оканчивающиеся на другом. Никакое поле не должно встречаться в одном маршруте дважды.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от *n*.

# Обход шахматной доски конем

Дана шахматная доска размером *n* × *n*. Необходимо построить обход всей доски ходом коня так, чтобы конь побывал во всех клетках доски ровно по одному разу и вернулся в исходную клетку.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от *n*.

# Задача о не атакующих ладьях

Найти все способы расстановки *n* ладей на шахматной доске размером *n* × *n*. Ладьи должны быть расставлены так, чтобы они не угрожали друг другу.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от *n*.

# Задача о не атакующих слонах

Найти все способы расстановки *n* слонов на шахматной доске размером *n* × *n*. Слоны должны быть расставлены так, чтобы они не угрожали друг другу.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от *n*.

# Ферзи, угроза всех полей

Найти все способы расстановки минимального числа ферзей на шахматной доске размером *n* × *n* полей так, чтобы они держали под угрозой все поля доски.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от *n*.

# Ладьи, угроза всех полей

Найти все способы расстановки минимального числа ладей на шахматной доске размером *n* × *n* полей так, чтобы они держали под угрозой все поля доски.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от *n*.

# Расстановка ферзей и ладей

Найти все способы расстановки максимального числа ферзей и ладей на шахматной доске размером *n* × *n* полей так, чтобы они не били друг друга.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от *n*.

# Кубик

На одной из клеток шахматной доски стоит кубик. На гранях кубика написаны неотрицательные целые числа, не превосходящие 1000. Кубик можно перемещать на смежную клетку, перекатывая его через соответствующее ребро в основании. При движении считается сумма чисел, попавших в основание кубика (каждое число считается столько раз, сколько раз кубик оказывался на данном основании). Требуется найти такой путь движения кубика от начальной до заданной конечной клетки, при котором сумма чисел будет минимальной. Числа, стоящие в основании кубика в начальной и конечной позициях тоже входят в сумму. Начальная и конечная позиции различаются.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от размеров шахматной доски.

# Канадские авиалинии

Вы победили в соревновании, организованном Канадскими авиалиниями. Приз – бесплатное путешествие по Канаде. Путешествие начинается с самого западного города, в который летают самолеты, проходит с запада на восток, пока не достигнет самого восточного города, в который летают самолеты. Затем путешествие продолжается обратно с востока на запад, пока не достигнет начального города. Ни один из городов нельзя посещать более одного раза за исключением начального города, который надо посетить ровно дважды (в начале и в конце путешествия). Вам также нельзя пользоваться авиалиниями других компаний или другими способами передвижения. Задача состоит в следующем: дан список городов и список прямых рейсов между парами городов; найти маршрут, включающий максимальное количество городов и удовлетворяющий вышеназванными условиям.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от количества городов.

# Домино

Берутся *N* костей из одного набора домино. Образовать из этих *N* костей все возможные цепи, состыковывая кости домино частями с равными количествами точек.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от количества костей *N*.

# Платы

Имеются компоненты, которые нужно расположить в *n* ячейках на плате. Число соединений между парами компонент задается матрицей *C*, в которой *C*(*i*,*j*) – число связей между *i*-й и *j*-й компонентами. Расстояние между парами мест задается матрицей *D*, в которой *D*(*k*,*l*) – расстояние между *k*-й и *l*-й ячейками. Таким образом, в терминах общей длины использованного провода размещение *i*-й компоненты в *k*-й ячейке и *j*-й компоненты в *l*-й ячейке стоит *C*(*i*,*j*)*D*(*k*,*l*). В каждой ячейке можно поместить только одну компоненту, и каждая компонента может находиться только в одной ячейке. Найдите размещение компонент в ячейках, минимизирующее общую длину использованного провода.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от количества ячеек на плате.

# Спелеолог

Вы попали в трехмерную пещеру и вам необходимо найти кратчайший путь к выходу. Пещера представляет собой куб, в котором есть проходы. Перемещение в любом направлении (вверх, вниз, вправо, влево, вперед, назад) занимает ровно одну минуту. Перемещаться по диагонали и через стены пещеры не разрешается. Возможен ли выход из такой пещеры и если «да», то сколько времени вам понадобится? Если существует множество решений, определить наилучшее. Входные данные: описание пещеры.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от размеров пещеры.

# Зашифрованные операции

Задаются арифметические операции, в которых цифры заменены буквами. В данной операции одна и та же буква всегда заменяет одну и ту же цифру, разные буквы представляют разные цифры. Наборы букв генерируются случайным образом, знак операции – символом, не являющимся буквой. Число разрядов исходных чисел (не результат операции) – не более *N*. Восстановить все возможные значения букв и операций.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от *N*.

Пример: SEND MORE MONEY соответствует 9567+1085=10652.

# Шашки

Имеется набор из 24 шашек, образованных следующим образом:

- двойной набор из 10 шашек с числами от 1 до 10;

- четыре шашки с числами 25, 50, 75 и 100.

Из этого набора случайным образом выбирается *N* шашек. Случайным образом выбирается трехзначное число *К* (первая цифра которого – не нуль). Задача заключается в том, чтобы соединить значения шашек между собой с помощью арифметических операций (сложение, вычитание, умножение, целочисленное деление), чтобы получить число *К*. Не обязательно использовать все арифметические операции и все *N* шашек.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от *N*.

# Автобусный билет

Дан автобусный билет с номером, состоящим из *N* цифр. Расставить между цифрами знаки арифметических операций ('+', '–', '/', '\*') и скобки таким образом, чтобы значение полученного выражения было равно 100. Можно образовывать многозначные числа из стоящих рядом цифр.

Выражение должно быть корректным с точки зрения арифметики. Допустимы лишние скобки, не нарушающие корректности выражения.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от *N*.

# Кубик в лабиринте

На прямоугольном поле из *X* на *Y* квадратных клеток находится куб со стороной, равной длине стороны клетки. За один ход куб может перекатываться через ребро, перемещаясь на соседнюю по вертикали или горизонтали клетку. Между некоторыми клетками могут стоять стенки, которые являются препятствиями. Куб не может перекатываться через препятствия. Куб также не может покидать пределы поля.

Требуется определить минимальное число ходов, необходимых для того, чтобы переместить куб из заданной начальной клетки с координатами *A* и *B* в заданную конечную клетку с координатами *C* и *D*. При этом в конечном положении верхняя грань должна быть та же, что и в начальном положении.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от *X* и *Y*.

# Гамильтонов цикл

Гамильтонов цикл в графе *G* = (*V*, *E*) – это цикл в графе *G*, содержащий все вершины из *V*. Найти гамильтонов цикл в заданном неориентированном графе.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от размеров (числа вершин и числа ребер) исходного графа.

# Расписание

Дано множество часов в неделе, набор *n* учителей, каждый из которых имеет возможность преподавать в течение некоторого подмножества часов, множество из *m* классов, каждому из которых в расписании отводится только несколько часов в неделю, и *n* × *m*-матрица неотрицательных целых чисел, в которой (*i*, *j*)-й элемент означает число часов, в течение которых *i*-й учитель должен преподавать в *j*-м классе. Составить расписание: назначить время уроков и распределить учителей так, чтобы каждый класс собирался в требуемые часы, каждый учитель мог быть в своих классах, был бы только один учитель на класс и ни один учитель не был бы назначен одновременно на два класса.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от *m* и *n*.

# Аэропорты

Имеется расписание вылетов самолетов в ряде аэропортов. Требуется по начальному и конечному пунктам предложить маршрут с возможными пересадками, оптимальный с точки зрения наименьшей суммарной стоимости билетов.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от размеров расписания вылетов.

# Грузоподъемность

Грузоподъемность машины *M* килограмм. Есть *n* ящиков с грузами, масса *i*-го ящика равна *mi*. Определите, какую наибольшую массу грузов можно увезти на автомашине.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от числа ящиков.

# Монеты

В некоторой стране используются монеты достоинством *A*1, *A*2,…, *Am*. Человек пришел в магазин и обнаружил, что у него есть ровно по две монеты каждого достоинства. Ему нужно заплатить сумму *N*.

Определить способ оплаты без сдачи, в котором человек отдаст наименьшее возможное количество монет.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от *m*.

# Равенство

Дано выражение: *a*1?*a*2?...?*an* = *S*, где *a*1, *a*2, …, *an* – натуральные числа.

Определить все способы замены вопросительных знаков на знаки операций сложения и умножения так, чтобы выполнялось равенство.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от *n*.

# Назначение на работы

Имеется *n* человек, которых нужно назначить на *n* работ. Стоимость назначения *i*-го человека на *i*-ю работу равна *Cij*. Найти назначение, при котором каждая работа выполняется некоторым человеком и которое минимизирует общую стоимость назначения.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от *n*.

# Рюкзак

Имеется *m* различных предметов, известны вес каждого предмета и его стоимость. Определить, какие предметы надо положить в рюкзак, чтобы общий вес не превышал заданной границы, а общая стоимость была максимальной.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от *m*.

# Выполнение заказов

Имеется конечное множество заказов, каждый из которых требует ровно одну единицу времени для своего выполнения. Для каждого заказа известны срок выполнения и штраф за невыполнение к сроку. Требуется найти порядок выполнения заказов, при котором сумма штрафов будет наименьшей.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от количества заказов.

# Раскопки

Во время недавних раскопок на Марсе были обнаружены листы бумаги с таинственными символами на них. После долгих исследований учёные пришли к выводу, что надписи на них на самом деле могли быть обычными числовыми равенствами. Кроме того, из других источников было получено веское доказательство того, что марсиане знали только три операции - сложение, умножение и вычитание (марсиане никогда не использовали «унарный минус»: вместо «–5» они писали «0 – 5»). Также ученые доказали, что марсиане не наделяли операции разным приоритетом, а просто вычисляли выражения (если в них не было скобок) слева направо: например, 3+3\*5 у них равнялось 30, а не 18. К сожалению, символы арифметических действий стерлись. Например, если была запись «18=7 (5 3) 2», то возможно восстановить эту запись как «18=7+(5-3)\*2». Найти требуемую расстановку знаков или сообщить, что таковой не существует.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от *n*, где *n* – количество чисел в правой части равенства.

# Выбор переводчиков

Предположим, что организации нужно нанять переводчиков с *n* языков на английский (например, для *n* = 7 с французского, немецкого, греческого, итальянского, испанского, русского и китайского языков), и что имеется *m* кандидатур*.* Каждая кандидатура владеет только некоторым собственным подмножеством из указанного множества языков и требует вполне определенную зарплату. Необходимо решить, каких переводчиков (с указанных выше языков на английский) надо нанять, чтобы затраты на зарплату были наименьшими.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от *n* и *m*.

# Упаковка множества

Дано семейство множеств *S*1, *S*2, …, *Sn*. Найти подсемейство всех попарно непересекающихся множеств.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от *n*.

# Кабинет министров

Премьер-министр некоторого государства хочет составить новый кабинет министров. К составу нового кабинета есть следующие пожелания:

Министров должно быть как можно меньше (так ими легче управлять, да и на зарплате можно сэкономить).

Для каждой области государственной деятельности (строительство, финансы, внешняя политика и т.д.) должен быть хотя бы один министр, который в ней разбирается. Общее количество областей *K*.

На рассмотрение Премьер-министра поступило *N* кандидатур. *Pi* – множество областей, в которых разбирается *i*-й кандидат. Исходные данные должны гарантировать, что решение существует (то есть в каждой области разбирается хотя бы один кандидат).

Определите, сколько и каких людей должны получить министерские посты, с учетом пожеланий.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от общего количество областей *K* и количества кандидатов *N*.

# Черный квадрат

В матрице размера *m* × *n*, состоящей из нулей и единиц, найти самый большой квадрат (квадратную подматрицу), состоящий целиком из нулей.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от *m* × *n*.

# Отрезки

Пусть *n* красных и *n* синих точек на плоскости заданы своими координатами. Построить *n* отрезков с разноцветными концами, суммарная длина, которых минимальна (каждая точка является концом только одного отрезка).

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от *n*.

# Касса

Массив *K*(*n*) содержит значения (номиналы)денежных знаков(купюр и монет) некоторой валютной системы; *L*(*n*) – количество знаков каждого достоинства в кассе. Массив *S*(*m*) – ведомость выдачи зарплаты; известно, что касса платежеспособна. Реализовать выдачу зарплаты, то есть найти количество знаков каждого достоинства для каждого работника или показать, что без сдачи это сделать невозможно.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от *n* и *m*.

# Разбиение массива

Массив натуральных чисел *A* (*A*1, ..., *An*) разбить на два непересекающиеся массива *B* и *C* (то есть каждый элемент массива *A* должен попасть точно в один из двух массивов: *B* или *C*), так, чтобы сумма чисел в *B* равнялась сумме чисел в *C*.

Входными данными являются количество чисел (*n*) и последовательность из *n* чисел.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от *n*.

# Конденсаторы

Радиолюбитель Петя решил собрать детекторный приемник. Для этого ему понадобился конденсатор емкостью *C* мкФ. В распоряжении Пети есть набор из *N* конденсаторов, емкости которых равны *C*1, *C*2, ..., *CN* соответственно. Петя помнит, как вычисляется емкость параллельного соединений двух конденсаторов (*C*new = *C*1 + *C*2) и последовательного соединения двух конденсаторов (*C*new = (*C*1\**C*2)/(*C*1+*C*2)). Петя хочет спаять некоторую последовательно-параллельную схему из имеющегося набора конденсаторов, такую, что ее емкость ближе всего к искомой (то есть абсолютная величина разности значений минимальна). Для изготовления схемы Петя может использовать от 1 до *N* из имеющихся у него конденсаторов.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от *N*.

# Самый длинный простой цикл

Найти в данном графе простой цикл (без повторяющихся вершин) наибольшей длины.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от размеров (числа вершин и числа ребер) исходного графа.

# Компьютерная сеть

Губернатор одной из областей заключил с фирмой контракт на подключение всех *n* городов области к компьютерной сети. Сеть создается следующим образом: в области устанавливается несколько станций спутниковой связи, и затем от каждого города прокладывается кабель до одной из станций. Технология, используемая компанией, требует при увеличении расстояния увеличения толщины кабеля. Таким образом, стоимость кабеля, соединяющего город со станцией, при используемой компанией технологии будет равна *kL*2, где *L* – расстояние от города до станции, а *k* – некий коэффициент. Найти решение с минимальными затраты компании на установку сети.

Входные данные: *n* – количество городов в области; *k* – коэффициент стоимости кабеля и *P* – стоимость постройки одной станции; *n* пар вещественных чисел, задающих координаты городов на плоскости.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от *n*.

# Обмен

Каждому из *N* жителей одного городка шериф присвоил личный номер – целое число от 1 до *N* и сообщил его, а затем поручил секретарше разослать по почте жетоны с личными номерами. Но она разложила их по конвертам случайным образом.

Для восстановления порядка, когда у жителя находится жетон с его номером, необходимо организовать обмен жетонами. Каждый житель может обменять в один день жетон, который находится у него, на другой только с одним другим жителем. В один день могут обмениваться жетонами любое количество пар жителей.

Найти минимальное количество дней *М*, необходимое для того, чтобы все жители получили свои жетоны, и соответствующую стратегию обменов.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от *N*.

# Сумма подмножеств (задача о ранце)

Даны конечное множество натуральных чисел *S* ⊂ *N* и число *t* ∈ *N*. Найти все возможные варианты выделения подмножества *S*′ ⊆ *S*, сумма элементов которого равна *t*.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости мощности множества *S*.

# Задача о раскрое

Из прямоугольника размером *a* × *b* требуется вырезать, возможно, большее число прямоугольников размером *c* × *d*. Найти оптимальный вариант раскроя.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от *a* × *b*.

# Маршрут

Матрица размером *n* × *n* заполнена произвольными целыми числами (например, от 0 до 100). Необходимо найти такой путь из клетки (1, 1) до клетки (*n*, *n*), чтобы сумма чисел в клетках, через которые он пролегает, была минимальной. Нельзя перемещаться по диагонали.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от *n*.

# Перетягивание каната

На корпоративном пикнике решили посостязаться в перетягивании каната. Участников пикника нужно честно разбить на две команды. Каждый человек должен попасть в одну или другую команду. Число человек в одной команде не должно превышать число человек в другой не более чем на одного. Суммарные веса людей каждой команды должны быть близки, насколько это возможно.

Входные данные: число участников пикника и вес каждого участника.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от числа участников пикника.

# Сервисные центры

Компания занимается продажей персональных компьютеров в *N* городах. *M* пар городов соединены прямыми дорогами. Компания решила построить несколько сервисных центров так, чтобы для любого горда *X* сервисный центр находился либо непосредственно в *X*, либо в каком-то городе, напрямую соединенном с *X*. Определить расположение минимального числа сервисных центров, необходимых компании.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от *N*.

# Набор шестеренок

Дан набор шестеренок, для каждой известно количество зубьев. Их можно скреплять так, чтобы они вращались совместно на одной оси. Известно, что первая шестеренка крутится по часовой стрелке и делает *P* оборотов в минуту (на ее ось ничего насаживать нельзя). Требуется подобрать промежуточные шестеренки при необходимости насаживая их на общие оси и вводя в зацепление так, чтобы последняя шестеренка крутилась также по часовой стрелке и делала *Q* оборотов. (Не обязательно использовать все шестеренки).

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от количества шестеренок.

Исходные данные:

количество шестеренок

обороты первой шестеренки

обороты последней шестеренки

количество зубьев у 1-ой шестеренки

количество зубьев у 2-ой шестеренки

........................

количество зубьев у *n*-ой шестеренки (она должна быть последней).

# Разбиение точек на плоскости

Задан набор из 3*N* штук точек на плоскости (координаты точек: *X* и *Y* – целые числа), причем любые три точки этого набора лежат на одной прямой. Необходимо разбить набор на *N* групп точек (по три точки в группе) таким образом, что точки каждой группы будут являться вершинами треугольника. Задача состоит в нахождении такого разбиения на группы, чтобы суммарная площадь всех треугольников была максимальная.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от *N*.

# Путешествие

Транспортному агентству необходимо определить наименьшую стоимость поездки из одного города в другой. У агентства есть список ряда заправочных станций по пути следования. Список включает расположение заправочных станций и текущие цены на бензин на каждой из них.

Необходимо определить минимальную стоимость поездки, с учетом того, что водители руководствуются следующими правилами:

1. Водитель не останавливается для заправки на станции, если у него больше половины бака бензина, кроме тех случаев, когда оставшегося бензина не хватает чтобы доехать до следующей заправки.

2. Водитель всегда наполняет бак бензином полностью на каждой заправке, на которой он останавливается.

3. В начале пути у водителя полный бак бензина.

4. Сумма, уплачиваемая водителем, всегда округляется до ближайшей копейки.

5. Остановившись на заправке, водитель дополнительно тратит 2 руб. на еду.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от количества заправочных станций на пути следования.

Исходные данные:

*S* – расстояние от начального города до конечного.

*V* – емкость бака автомобиля в литрах;

*A* – сколько километров автомобиль может проехать на одном литре бензина;

*P* – стоимость заправки полного бака в начальном городе (в рублях);

*N* – количество заправочных станций по пути следования.

*Si* – расстояние от начального города до *i*-ой заправочной станции (в километрах).

*Qi* – стоимость литра бензина на *i*-ой станции в копейках.

# Клики графа

Полный подграф неориентированного графа *G* = (*V*, *E*) – это граф *G* = (*V*′, *E*′), для которого *V*′ ⊆ *V*, *E*′ ⊆ *E*, и между каждой парой вершин из *V*′ существует ребро из *E*′. Такой полный подграф с *k* вершинами называется *k*-кликой графа *G*. Найти все *k*-клики заданного неориентированного графа *G* и заданного целого *k*.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от размеров (числа вершин и числа ребер) исходного графа.

# Максимум клик графа

Полный подграф неориентированного графа *G* = (*V*, *E*) – это граф *G* = (*V*′, *E*′), для которого *V*′ ⊆ *V*, *E*′ ⊆ *E*, и между каждой парой вершин из *V*′ существует ребро из *E*′. Такой полный подграф с *k* вершинами называется *k*-кликой графа *G*. Максимальный полный подграф графа *G* есть максимум клик, т. е. *k*-клика с максимальным значением *k*. Найти максимум клик заданного неориентированного графа *G*.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от размеров (числа вершин и числа ребер) исходного графа.

# Покрытие множествами

Дано семейство множеств *S*1, *S*2, …, *Sn*. Найти такое минимальное подсемейство *R*1, *R*2, …, *Rk* из *k* множеств ({*R*1, *R*2, …, *Rk*} ⊆ {*S*1, *S*2, …, *Sn*}), что .

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от *n*.