

Практическое занятие (27 мая 2020 г.)

Иванова Н.Н. e-mail inn-ivt@mail.ru

Viber, Whats App 8-917-656-15-83

Задания даны из «Методички по теории алгоритмов»

ссылка на методичку:

<https://drive.google.com/open?id=14QNypNyPDmiDLU279i2Sr55XeBWBap1x>

ЗАДАНИЕ

Решить № 4.3 (стр. 8) и № 4.4 (пункты *a* и *б*) из «Методички по теории алгоритмов».

ОТЧЕТНОСТЬ ПО ПРАКТИЧЕСКОМУ ЗАНЯТИЮ

Решения следует разместить в своей папке на Google Drive по ссылке:

<https://drive.google.com/drive/folders/146gIqzeodT51Ml4jppDjhnk1TjsLb4vp>

Создайте папки 27.05.2020. Большая просьба: решения выкладывать в одном файле приложения MS Word (или Acrobat), в который необходимо вставить решения в виде текста с формулами, либо в виде фото листочков из тетради.

! Файлы с решениями задач необходимо выложить 27-28 мая.

Ссылка на журнал с отметками:

<https://drive.google.com/open?id=1S9wYYLCJcSzaLZGkCYZgCo4HDxhGOjtcWA8KI1TR1Y>

УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЯМ

4.3. Доказать, что следующие функции примитивно рекурсивны:

$$a) \text{sg}(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x = 0, \\ 1, & \text{если } x > 0; \end{cases}$$

Указание: Очевидно, что $\text{sg}(0) = 0$, а $\text{sg}(x + 1) = 1$, или:

$$\begin{cases} \text{sg}(0) = 0; \\ \text{sg}(x + 1) = s(o(x)). \end{cases}$$

При получении данной функции были использованы примитивно рекурсивные функции, следовательно она также примитивно рекурсивна.

$$б) \bar{\text{sg}}(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x > 0, \\ 1, & \text{если } x = 0; \end{cases}$$

Указание: См. решение а)

$$в) x \dot{-} 1 = \begin{cases} 0, & \text{если } x = 0, \\ x - 1, & \text{если } x > 0; \end{cases}$$

Указание: На множестве натуральных чисел невозможно ввести полноценную примитивно рекурсивную операцию вычитание (значение некоторых разностей могут оказаться отрицательными числами). Однако усеченную разность $x \dot{-} 1$ как примитивно рекурсивную функцию задать можно. Рассмотрим следующую схему рекурсии:

$$\begin{cases} 0 \dot{-} 1 = 0, \\ (x + 1) \dot{-} 1 = x. \end{cases}$$

Очевидно, эта схема и задает функцию $x \dot{-} 1$. Так как все функции, которые были использованы в данной схеме, являются примитивно рекурсивными, функция $x \dot{-} 1$ также является примитивно рекурсивной.

$$г) x \dot{-} y = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq y, \\ x - y, & \text{если } x > y; \end{cases}$$

Указание: Схема примитивной рекурсии:

$$\begin{cases} x \dot{-} 0 = 0, \\ x \dot{-} (y + 1) = ? . \end{cases}$$

При получении схемы примитивной рекурсии следует, использовать то, что предыдущее значение функции записывается через $x \dot{-} y$, которое надо уменьшить на 1 с помощью операции усеченного вычитания 1:д) $|x - y|$;

$$е) \max(x, y);$$

Указание: Мы не вводили операцию условного перехода. Вместо нее можно использовать функции с так называемыми «переключателями». Данная функция равна x , если $x > y$, или равна y , если $y > x$. Необходимо задать функцию, которая равняется 1, когда $x > y$, и равняется 0 в противном случае. Такой функцией может быть следующая: $\text{sg}(x \dot{-} y)$. Она и двойственная ей функция $\overline{\text{sg}}(x \dot{-} y)$ будут играть роль переключателей. Тогда получаем, что

$$\max(x, y) = x \cdot \text{sg}(x \dot{-} y) + y \cdot \overline{\text{sg}}(x \dot{-} y).$$

Так как при получении данной функции использовались примитивно рекурсивные функции, функция $\max(x, y)$ также является примитивно рекурсивной.

$$ж) \min(x, y).$$

Указание: См. решение е)

4.4. Доказать, что следующие функции примитивно рекурсивны:

$$а) \left[\frac{x}{y} \right] - \text{частное от деления } x \text{ на } y \text{ (здесь } \left[\frac{x}{0} \right] = x);$$

Указание: Докажите, что верно такое представление функции

$$\left[\frac{x}{y} \right] = \sum_{i=1}^x \overline{\text{sg}}(i \cdot y \dot{-} x).$$

$$б) \text{rest}(x, y) - \text{остаток от деления } x \text{ на } y \text{ (здесь } \text{rest}(x, 0) = x);$$

Указание: Докажите, что верно такое представление функции

$$\text{rest}(x, y) = x \dot{-} y \cdot \left[\frac{x}{y} \right].$$