Практическое занятие (27 апреля 2020 г.)

Иванова Н.Н. e-mail inn-ivt@mail.ru

Viber, Whats App 8-917-656-15-83

Задания даны из **«Методички по логике предикатов»**
ссылка на методичку:
https://drive.google.com/open?id=1vWmfNrBB3_V1wriWXgHHTgOPtv95QyM2

ЗАДАНИЕ

Решить задачи (стр. 21):
№ 3.10
№ 3.11

! Для решения задач рекомендуется внимательно изучить решения и указания к решениям, которые даны ниже.

ОТЧЕТНОСТЬ ПО ПРАКТИЧЕСКОМУ ЗАНЯТИЮ

Решения следует разместить в своей папке на Google Drive по ссылке: https://drive.google.com/drive/folders/146gIqzeodT51Ml4jjpDjhnk1TjsLb4vp

Создайте папки 27.04.2020. Большая просьба: решения выкладывать в одном файле приложения MS Word (или Acrobat), в который необходимо вставить решения в виде текста с формулами, либо в виде фото листочков из тетради.

! Файлы с решениями задач необходимо выложить **27-28 апреля**.

Ссылка на журнал с отметками:
https://drive.google.com/open?id=1S9wYYLCJcSzaLZGkCYZgCo4HDxhGOjtvcWA8KI1TR1Y

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЙ И УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЯМ

3.10. Пусть задана алгебраическая система $\Omega = <\mathbf{Z}^+, S^3, P^3>$, где $\mathbf{Z}^+$ – множество целых неотрицательных чисел, а S^3 и P^3 – трехместные предикаты

$$S(x, y, z) = 1 \Leftrightarrow x + y = z,\ P(x, y, z) = 1 \Leftrightarrow x \cdot y = z.$$

Записать формулу с одной свободной переменной x, истинную в данной модели тогда и только тогда, когда:

а) $\boldsymbol{x = 0}$

Решение. Условимся называть предмет, указанный в предикате на первом месте, *первым предметом*, на втором – *вторым*, на третьем – *третьим*. Так, в предикате $S(x, y, z)$ на первом месте пока стоит предмет x, на втором – y, на третьем – z.

Из условий задачи следует, что предикат $S(x, y, z)$ принимает истинное значение в том и только в том случае, когда сумма первых двух предметов, от которых зависит предикат, равняется третьему, а предикат $P(x, y, z)$ истинен тогда и только тогда, когда произведение первых двух предметов равно третьему предмету.

Искомую формулу обозначим $\boldsymbol{O(x)}$ (*рекомендуется все полученные формулы в примерах обозначать, чтобы при получении новой формулы можно использовать сокращенные обозначения полученных ранее формул*).

Для записи высказывания «$x = 0$» нужно сначала вспомнить свойства константы 0 при использовании ее в качестве элемента в доступных нам операциях сложения (предикат $S(x, y, z)$) или/и умножения (предикат $P(x, y, z)$).

Известно, что истинно следующее утверждение:

$$\textbf{для любого } y\text{: } x + y = y \Leftrightarrow x = 0,$$

т.е. $\forall y(x + y = y) = 1 \Leftrightarrow x = 0$, или $\forall y S(x, y, y) = 1 \Leftrightarrow x = 0$.

Таким образом, искомая формула имеет вид:

$$\boldsymbol{O(x)} = \forall y \boldsymbol{S(x, y, y)},$$

в которой переменная x свободная (одна), остальные переменные (в данной формуле это одна переменная y) связанные кванторами.

б) $x = 1$

Указание к решению. Обозначим искомую формулу $\boldsymbol{E(x)}$.

Для решения задачи необходимо использовать следующее свойство константы 1:

для любого y истинно следующее утверждение: $x \cdot y = y \Leftrightarrow x = 1$.

в) $x = 2$;

Решение. Обозначим искомую формулу $\boldsymbol{Д(x)}$.

Истинным будет следующее утверждение:

«Сумма двух одинаковых чисел, равных 1, равно 2».

$$\exists z \left(\underbrace{\forall y P(z,\ y,\ y)}_{\substack{\| \\ 1 \Leftrightarrow \text{"z=1"}}} \& S(z, z, x) \right) = 1 \Leftrightarrow x = 2,$$

или, используя обозначение для формулы б), получим:

$$\exists z (E(z) \,\&\, S(z, z, x)) = 1 \Leftrightarrow x = 2.$$

Таким образом, искомая формула $\boldsymbol{Д(x) = \exists z(E(x) \,\&\, S(z, z, x))}$, в которой переменная x свободная, остальные переменные, используемые в формуле, связаны кванторами.

г) x четно

Указание к решению. Обозначим искомую формулу $\boldsymbol{Ч(x)}$.

Истинным будет следующее утверждение:

«Сумма двух **любых** одинаковых чисел y дает число x, которое будет четным».

д) x нечетно

Указание к решению. Обозначим искомую формулу $\boldsymbol{Н(x)}$.

При решении задачи следует учитывать, что числа делятся на четные и нечетные (третьего не дано). То есть, для решения задачи, достаточно взять отрицание формулы $\boldsymbol{Ч(x)}$.

е) x – простое число

Указание к решению. Обозначим искомую формулу $\boldsymbol{П(x)}$.

Из определения следует, что число x является простым, если оно больше 1 и при этом делится без остатка только на 1 и x.

Следовательно, необходимо записать в виде формулы следующее высказывание:

«($x \neq 1$) **И ЕСЛИ** (**существуют** такие числа y и z, произведение которых равно x),
ТО ($y = 1$ **ИЛИ** $z = 1$)»,

которое будет истинно тогда и только тогда, когда x – простое число.

3.11. Записать формулу с двумя свободными переменными x и y, истинную в Ω из задачи 3.10 тогда и только тогда, когда:

а) $x = y$

Указание к решению. Рассмотрим высказывание:

«Для **любого** числа z **существует** такое число u, что, **ЕСЛИ** $x + z = u$, **ТО** и $y + z = u$».

Данное высказывание будет истинно тогда и только тогда, когда $x = y$.

б) $x \leq y$

Указание к решению. Любые слагаемое и сумма на множестве целых неотрицательных чисел находятся в таком отношении.

в) $x < y$

Указание к решению. Очевидно, что чтобы неравенство было строгим, то из формулы для пункта б) надо исключить ($x = y$)

г) x делит y

Указание к решению. Для записи этой формулы необходимо использовать предикат $P(x, y, z)$.