

Приравняв левые и правые производные, получим

$$\begin{aligned} b_{i+1} &= b_i + 2c_i h_i + 3d_i h_i^2, \\ c_{i+1} &= c_i + 3d_i h_i \quad (i=1, 2, \dots, n-1) \end{aligned} \quad (3)$$

Уравнения (3) дают еще  $2(n-1)$  условий. Недостаёт еще двух условий. Обычно в качестве этих условий берут требования к поведению сплайна в граничных точках  $x_0$  и  $x_n$ . Если потребовать нулевой кривизны сплайна на концах (т. е. равенства нулю второй производной), то получим

$$c_1 = 0, \quad c_n + 3d_n h_n = 0. \quad (4)$$

Перепишем теперь все уравнения (2)–(4), исключив и неизвестных  $d_i$ :

$$\begin{aligned} b_i h_i - c_i h_i^2 - d_i h_i^3 &= y_i - y_{i-1} \quad (i=1, 2, \dots, n) \\ b_{i+1} - b_i - 2c_i h_i - 3d_i h_i^2 &= 0 \quad (i=1, 2, \dots, n-1) \\ c_{i+1} - c_i - 3d_i h_i &= 0 \quad (i=1, 2, \dots, n-1) \\ c_1 &= 0; \\ c_n + 3d_n h_n &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Система (5) состоит из  $[n + 2(n-1) + 2] = 3n$  уравнений. Решив ее (обычно методом прогонки), получим значения неизвестных  $b_i, c_i, d_i$ , определяющих совокупность всех формул для искомого интерполяционного сплайна.

$$\begin{aligned} S_i(x) &= y_{i-1} + b_i(x-x_{i-1}) + c_i(x-x_{i-1})^2 + d_i(x-x_{i-1})^3; \\ i &= 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (6)$$

#### 4.8. Задание к лабораторной работе 10

Вычислить значения заданной функции  $f(x)$  в узлах интерполляции  $x_i = a + h(i-1), i = \overline{1, n}$  на отрезке  $[a, b]$ . По вычисленной таблице  $\{x_i, f(x_i)\}$  построить интерполяционный кубический сплайн  $S(x)$ , вычислить его значения в промежуточных точках  $x_j = a + h/2 + h(j-1)$ . Сравнить вычисленные значения с точными значениями функции в этих точках. Построить графики функций  $f(x), S(x)$ .

Вариант	Количество узлов	$[a, b]$	$f(x)$
1	20	[0,2]	$\sin x^2$
2	25	[0,5]	$\cos x^2$
3	25	[0,5]	$e^{\sin x}$
4	20	[-2,2]	$\cos(x+x^2)$

Продолжение

5	10	[3,6]	$\ln(\cos x + e^{x/2})$
6	25	[0,5]	$\operatorname{sh}(\cos x / (1+x^2))$
7	25	[-1,4]	$\cos(x + \cos^3 x)$
8	20	[1,5]	$x \cos(x + \ln(1+x))$
9	30	[-1,5]	$\frac{1+e^x}{1+e^{2x}}$
10	25	[0,5]	$\frac{\operatorname{arctg} x}{1+\operatorname{arctg} x}$
11	20	[1,5]	$\ln x / (1+x)$
12	20	[0,3]	$\ln x / (1+x)$
13	20	[0,2]	$\sin x^2 \cdot e^{-x^2}$
14	25	[-1,1]	$\frac{1+x^2}{\operatorname{ch} x^2}$
15	20	[2,10]	$\frac{\cos x + x}{2 + \operatorname{tg} x}$
16	20	[0,2]	$\frac{x+x^2+x^3}{\ln(x^2+x^3)}$
17	20	[0,4]	$\frac{1}{1+x^2}$
18	20	[0,4]	$\frac{1}{1+e^{-x}}$
19	20	[-1,3]	$\sin(x + e^{\sin x})$
20	20	[1,100]	$\ln(\sin x + e^x)$
21	20	[0,4]	$\sin \ln x$
22	20	[0,4]	$x^2 e^{-x^2}$
23	25	[0,5]	$\begin{cases} \sin x / x, x \neq 0 \\ 1, x = 0 \end{cases}$
24	25	[0,5]	$\frac{1+x^2}{1+x^4}$
25	20	[1,5]	$\frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2}$
			$\frac{1}{e^{-(x+1/x)}}$